



Finite element analysis of anti-extrusion strength of machined hole casing

Wei LI^{1*}, Xi CHEN¹, Yang XIA¹, Yumin LI², Jian ZHANG³, Yong XIAO⁴

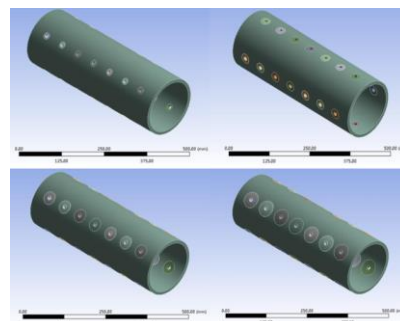
1. Key Laboratory of Oil and Gas Equipment, Ministry of Education, Southwest Petroleum University, Chengdu, Sichuan 610500, China

2. Drilling Tubes & Tools Service Company of Zhongyuan Oilfield Service Corporation of Sinopec, Puyang, Henan 457300, China

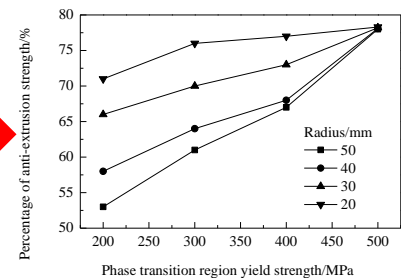
3. Drilling and Production Technology Research Institute of Liaohe Oilfield, Panjin, Liaoning 124010, China

4. Downhole Service Company, CNPC Chuanqing Drilling Engineering Company Limited, Chengdu, Sichuan 610051, China

Abstract: The yield strength of the casing directly affects the anti-extrusion performance of the casing. During the processing of casing hole, metal phase transformation may happen in the material near the hole. Thus the yield strength is no longer uniform in the whole casing, which affects the crushing strength of the casing. Taking the P110 casing as an



Casing discrete model



example, the crushing strength of the complete casing and the machined hole casing under the same working conditions were compared. And as a reference group, the influence of the area of the phase transition region and the yield strength of the phase transition region on the crushing strength of the machined hole casing were analyzed. The results showed that the machined hole changed the yield strength of the material, which affected the anti-extrusion performance of the casing. When the yield strength of the metal phase transition region reduced, the extrusion strength of the machined hole reduced, and when the yield strength of the metal phase transition region increased, the extrusion strength of the machined hole increased. And the effect of the phase transition region of the machined hole casing on the extrusion strength of the machined hole casing was gradually weakened with the increase of the yield strength in the phase transition region.

Key words: yield strength; machined hole casing; metal phase transformation; anti-extrusion performance; phase transition region

收稿: 2019-04-24, 修回: 2019-06-12, 网络发表: 2019-06-27, Received: 2019-04-24, Revised: 2019-06-12, Published online: 2019-06-27

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(编号: 2018YFC0310201-06)

作者简介: 黎伟(1983-), 男, 湖北省孝感市人, 博士, 副教授, 主要研究方向为油气装备, E-mail: 82867973@qq.com.

引用格式: 黎伟, 陈曦, 夏杨, 等. 机加工孔套管抗挤压强度有限元分析. 过程工程学报, 2020, 20(2): 189-196.

Li W, Chen X, Xia Y, et al. Finite element analysis of anti-extrusion strength of machined hole casing (in Chinese). Chin. J. Process Eng., 2020, 20(2): 189-196, DOI: 10.12034/j.issn.1009-606X.219186.

机加工孔套管抗挤压强度有限元分析

黎伟^{1*}, 陈曦¹, 夏杨¹, 李玉民², 张建³, 肖勇⁴

1. 石油天然气装备教育部重点实验室(西南石油大学), 四川 成都 610500

2. 中石化中原石油工程有限公司管具公司, 河南 濮阳 457300

3. 中国石油辽河油田分公司钻采工艺研究院油井防砂中心, 辽宁 盘锦 124010

4. 中国石油集团川庆钻探工程有限公司井下作业公司, 四川 成都 610051

摘要: 套管屈服强度直接影响套管抗挤压性能, 套管在加工孔过程中可能诱发孔眼附近材料发生金属相变, 导致套管屈服强度不再均匀分布, 进而影响套管抗挤压强度。在相同工况下, 对比了 P110 完整套管和机加工孔套管的抗挤压强度, 以此为参照组分析了相变区域面积和相变区域屈服强度对机加工孔套管抗挤压强度的影响。结果表明, 机加工孔会改变材料屈服强度, 进而影响套管抗挤压性能。随金属相变区域屈服强度减小, 机加工孔套管抗挤压强度减弱; 当金属相变区域屈服强度增大时, 机加工孔套管抗挤压强度增强。且机加工孔套管相变区域面积对机加工孔套管抗挤压强度的影响随相变区域屈服强度增加而逐渐削弱。

关键词: 屈服强度; 机加工孔套管; 金属相变; 抗挤压强度; 相变区域

中图分类号: TG376; TE931.2

文献标识码: A

文章编号: 1009-606X(2020)02-0189-08

1 前言

石油防砂筛管常用于石油机械防砂工艺^[1], 石油筛管由中心管、外层保护结构及过滤层构成, 中心管主要用于支撑管体, 且多为割缝或打孔形式。由于石油筛管工艺参数众多, 并会改变筛管强度, 进而影响其井下作业能力和使用寿命^[2], 制约生产效益, 因此对石油筛管工艺参数进行有限元模拟和优化对油田领域有着重大意义。石油筛管工艺参数的研究较多, 何良等^[3]制定了生产压力下的割缝筛管缝宽的选择标准; 李航等^[4]对打孔、割缝筛管布孔(缝)形式进行了研究, 得出交错布孔(缝)和平行布孔(缝)对套管抗挤压强度的影响基本相同, 而螺旋布孔(缝)对套管抗挤压强度影响更大; 张炜等^[5]对缝槽结构、周孔(缝)数、孔(缝)尺寸、间距等的影响进行了研究。但目前对加工孔对套管抗挤压强度的影响研究较少。机加工孔破坏了套管的完整性, 使加工后的套管抗挤压强度降低, 更易损坏; 且机加工孔套管与射孔套管类似, 在加工孔眼的过程中受到外力冲击, 使孔眼附近金属材料性质如屈服强度发生变化, 套管材质强度不均匀。因此有必要对机加工孔后受到外压作用的套管进行抗挤压强度^[6,7]分析。

目前普遍采用国际通用的 API 抗挤强度公式计算套管抗挤压强度。机加工孔破坏了套管结构的完整性, 使套管局部应力集中, 采用 API 抗挤强度公式计算机加工孔套管抗挤强度显然不合理^[8]。本工作采用非线性屈

曲计算方法对机加工孔套管的抗挤强度进行分析, 将机加工孔套管发生失稳或压扁的临界压力定义为套管抗挤强度。

2 模拟方法

厚度较薄、直径较细的结构在受到外压载荷作用时, 内部应力往往会在结构材料尚未达到屈服极限时突然失效, 称为屈曲^[9]。不同于 API 抗挤压强度原理, 当受到较高的外压载荷时, 屈曲时材料结构突然失效, 而失效时的实际外压载荷远小于结构材料所能承载的极限压应力^[10,11]。

为得到结构材料屈曲临界载荷及发生屈曲后的形状(即屈曲模态), 常用的分析方法有特征值屈曲分析(线性屈曲分析)和非线性屈曲分析^[12]。特征值屈曲分析忽略了各种非线性因素和初始几何缺陷对屈曲失稳载荷的影响, 精简了计算方式, 从而大大缩减了计算时长, 但材料的非线性及套管在制造加工过程中存在的初始几何缺陷等因素均会导致载荷在未达到甚至低于屈曲临界值时即发生失效。一般情况下, 线性屈曲临界值不能直接用于实际工况, 特征值屈曲分析用于初步评估非线性屈曲非常有用, 非线性屈曲分析考虑结构加工缺陷(几何)、材料非线性等其它因素, 较接近实际情况^[13]。

线性特征值屈曲分析控制方程如下:

$$([K_e] + \lambda[K_0(\sigma_0)])\{\Delta u\} = \{F\} \quad (1)$$

其中, K_e 为刚度矩阵, λ 为特征值, $K_0(\sigma_0)$ 为应力刚度矩阵, $\{\Delta u\}$ 为屈曲模态特征向量, $\{F\}$ 为屈曲模态临界压力。在 n 个自由度的模型中, 该方程所得特征值乘以所施加的载荷即为各阶屈曲模态线性屈曲临界压力, 此时 $\{\Delta u\}$ 表示模型屈曲时的变形。

非线性屈曲即将外压载荷以很小增量从小至大逐渐加载直至结构发生屈曲, 控制方程如下:

$$K_T \Delta u = \Delta P \quad (2)$$

其中, K_T 为某一载荷步的切线刚度矩阵, Δu 和 ΔP 分别为位移增量与载荷增量。载荷增加初期, 结构最大位移量与载荷成正比, 当载荷增加至某一值时, 位移增量突然变大, 载荷继续增加直至在某载荷值处发散。若 K_T 趋于 0, 则表示结构发生屈曲, 该载荷即为非线性屈曲临界载荷。

考虑到套管材质的弹塑性能和分析过程中可能存在结构大变形, 采用弧长法屈曲分析方式求解套管模型。弧长法采用双重目标控制法, 即在分析过程中控制荷载因子及位移增量的步长。相较于其它算法, 弧长法的优势在于只要给出某些控制参数, 步长可通过程序计算, 为当前常用的计算方法之一。弧长法适用性很强, 其收敛性和稳定性明显优于其它处理负刚度的方法, 在非线程度较高的体系应优先考虑采用该方法^[14-17]。

弧长法的约束方程为

$$\{\Delta u\}^T \{\Delta u\} + \psi^2 \Delta \lambda^2 \{F\}^T \{F\} = \Delta L^2 \quad (3)$$

式中, ψ 为载荷比例系数, $\Delta \lambda$ 为载荷变化量, ΔL 为弧长半径。

根据 ψ 不同, 弧长法可分为球面弧长法($\psi=1$)、柱面弧长法($\psi=0$)和椭圆面弧长法(ψ 等于当前刚度参数值)。

弧长法的平衡迭代方程为

$$[K(u_i^j)] \{\delta u_{i+1}^j\} = \delta \lambda_{i+1}^j \{F\} + \{R\} \quad (4)$$

式中, $K(u_i^j)$ 为当前刚度矩阵, $\{\delta u_{i+1}^j\}$ 为位移增量向量, $\delta \lambda_{i+1}^j$ 为荷载增量控制参数, $\{R\}$ 为上一步不平衡力向量。

外压载荷与位移的关系如图 1 所示。图 1(a) 中外压载荷 F 为自变量, 位移 u 为因变量时, $K_1 = \Delta u / \Delta F$, 轻微外压载荷增量会引起较大幅度的位移突变, 导致 K_1 较大。图 1(b) 中, 位移 u 为自变量, 施加载荷 F 为因变量, $K_2 = \Delta F / \Delta u$, 轻微的位移增量会引起较大幅度外压载荷突变, K_2 较大。图 1 中 K_1 和 K_2 均较大, 自变量及计算函数不能有效控制因变量的变化幅度, 过大的波动可能导致模拟结果与实际情况截然相反。图 1(c) 中, 采用弧长法控制多参数原理, 模拟结果的精确性、收敛性和稳定性有效改善, 解决了单一变量起作用的问题。

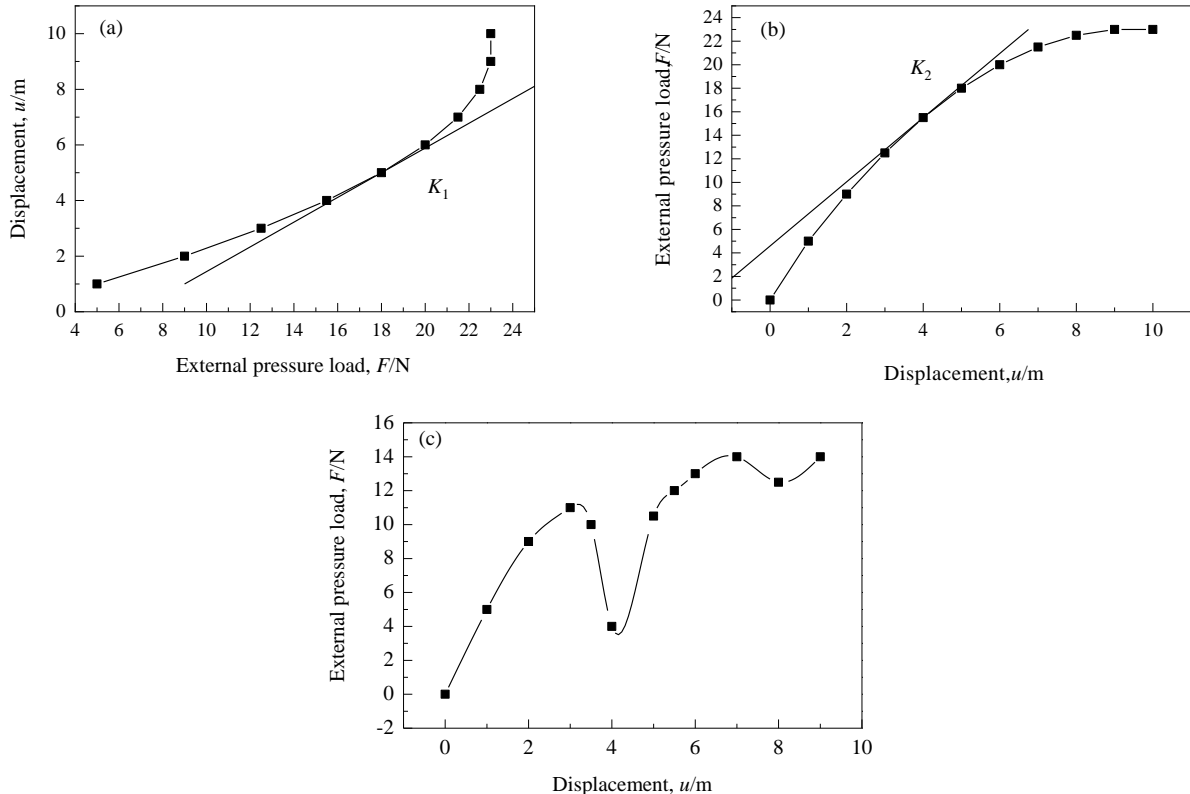


图1 外压载荷与位移的关系
Fig.1 Relationship between external pressure load and displacement

3 有限元模型建立

3.1 模型建立

为保证产能及套管强度,通常选择较小的套管壁厚/外径比,采用板壳开孔力学模型分析套管。为最大程度上减少机加工孔工艺及套管材料对计算结果的影响,作如下假设以简化模型:(1)机加工孔眼不存在偏心;(2)机加工套管在制造加工过程中不存在孔边毛刺及裂纹;(3)建模过程中默认机加工套管的壁厚为定值;(4)机加工孔眼在轴线垂直面上的投影为圆形,各孔的直径、长度完全相等;(5)机加工孔眼为圆柱形且周边圆滑。

3.2 参数设定

为了真实反映实际工况条件下机加工孔套管的情况,同时减小端部效应,需定义模型的尺寸、参数、边界条件约束及外部载荷。

(1)机加工孔套管尺寸参照 P110 套管钢材。模型长 500 mm,套管外径 177.8 mm,壁厚 9.19 mm,材料密度 $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$,剪切模量 $G=78.5 \text{ GPa}$,泊松比 $\mu=0.3$,弹性模量 $E=210 \text{ GPa}$,套管最小屈服强度为 552 MPa。

(2)机加工孔孔径分别为 6, 8, 10 和 12 mm,孔密度为 28 孔/500 mm。

(3)为更真实地模拟机加工孔套管两端固定的作用,需要设置套管模型两端全约束边界条件。

(4)对机加工孔套管模型施加外部载荷,内压静压

为 10 MPa,外压静压为 15 MPa,重力加速度 $g=9.8 \text{ m/s}^2$,无轴向载荷作用,机加工套管所处外界环境温度设为 22℃。

由于主要研究机加工孔后套管抗挤压强度的变化,应严格控制变量,避免模拟过程中多变量导致的模拟失真。

3.3 网格优化

采用的模拟软件为 Workbench,对机加工孔模型进行网格划分和优化,机加工孔套管模型采用对称布孔方式,模型采用 Hex Dominant(六面体单元网格)。六面体网格划分的思路基本与四面体网格一致,但六面体网格的人为干预控制因素比四面体网格更多,且其在计算精度、形变特性、抗畸变程度、划分网格数及再划分次数等比四面体网格具有明显优势。因此六面体网格成为当今三维建模的首选网格。

机加工孔套管孔眼部分网格比套管其它部分网格密度更密,取 5 倍细化网格。对网格进行网格无关性验证,当网格数超过 18 万时,网格平均质量逐渐趋近于 1,模拟结果与真实值更相符,且网格数减少或增加不再对计算结果有较大影响,网格数取计算时间稍短的数值即可。因机加工孔眼附近区域与套管整体网格密度不同,可能导致两者连接处网格断裂,在交界处设置重合拓补条件。图 2 为套管离散化模型,网格数为 357056,节点数为 813601。

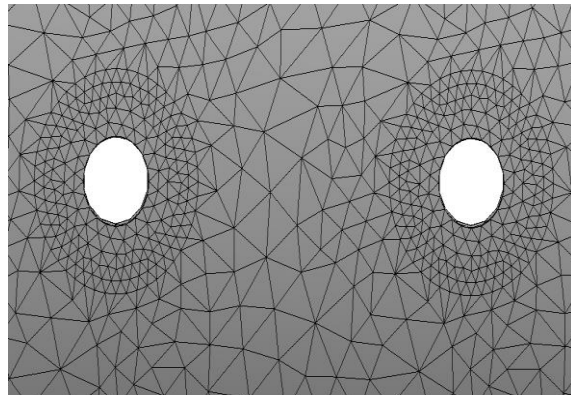
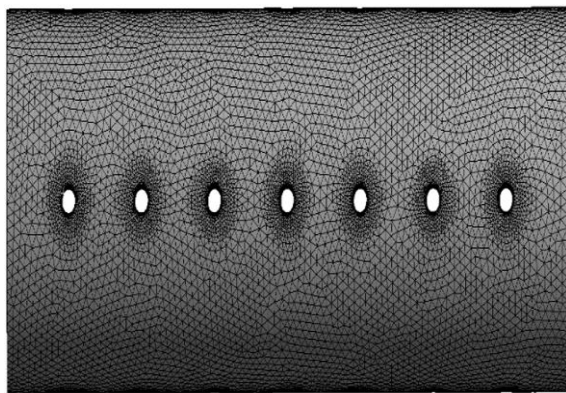


图2 网格划分效果图

Fig.2 Meshing effect diagram

4 静压作用下套管响应数值模拟

4.1 完整套管与机加工孔套管响应数值模拟(不含相变)

Von Mises 应力是一种等效应力,用应力等值线表示模型内部的应力分布情况,反映截面的三个主应力值,表达式为

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (5)$$

式中, σ_1 为第 1 主应力, σ_2 为第 2 主应力, σ_3 为第 3 主应力。

对于套管材料, Von Mises 应力值越大,机加工孔套管损坏越快,套管性能降低,使用寿命缩短,会增加

生产成本。将完整套管和机加工孔套管(不考虑材料相变)模拟值作为参照,考察机加工孔套管材料存在相对套管抗挤压强度的影响。

图 3 和 4 分别为外压作用下(两端固定约束,外压载荷 15 MPa、内压载荷 10 MPa),完整套管和机加工孔套管的应力和总变形的模拟结果。由图可知,机加工孔套管孔眼在未施加外压载荷时呈圆孔形,施加外压载荷后孔眼附近出现了应力集中,导致孔眼形变呈椭圆形。

应力集中区域沿机加工孔排列方向且呈线性分布形状,机加工孔套管损坏应沿套管应力集中方向即机加工孔孔眼排列方向。机加工孔套管所受应力远高于完整套管,孔加工后的套管抗挤压强度发生变化。套管在孔加工过程中受到冲击硬化,诱发材料发生相变,套管整体强度发生变化,有必要对发生金属相变的机加工孔套管抗挤压强度进行分析。

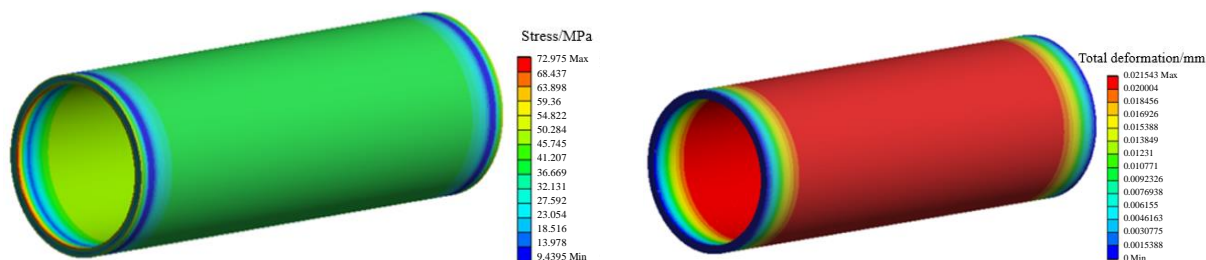


图 3 完整套管的应力和总形变云图

Fig.3 Cloud chart of stress and total deformation of complete casing

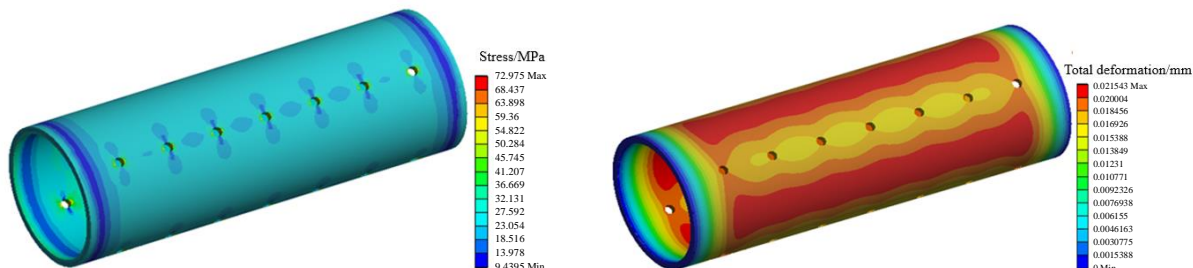


图 4 机加工孔套管的应力和总形变云图

Fig.4 Cloud chart of stress and total deformation of machined hole casing

4.2 机加工孔套管的数值模拟

目前研究主要针对孔径、布孔形式、孔密度、射孔对套管抗挤压强度影响,忽略了机加工孔对套管强度的影响。套管在加工孔过程中,受到外力冲击并伴随做功产生的高温高压,极有可能诱发孔眼附近的材料发生金属相变,套管结构完整性遭到严重破坏,套管材质强度不再均匀,加工孔眼附近形成了相变区域。

材料发生相变区域密度 $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$,泊松比 $\mu=0.3$,弹性模量 $E=210 \text{ GPa}$,最小屈服强度为 552 MPa。为简化模型,避免计算工作量过大,对材料发生相变的区域仅改变屈服强度一个变量,其它参数保持不变,材料相变区域为以机加工孔中心为圆心、半径 15 mm 的圆形区域。

机加工孔套管共设置 8 组工况,屈服强度不同,相

变区域面积相同,工况 1 和 2 分别为完整套管和不考虑金属相变的机加工孔套管,套管最小屈服强度为 552 MPa,两者为对照组;参考实际金属材料相变可能的金属材料屈服强度的实验数据,工况 3~5 相变区域材料屈服强度分别设为 400, 450, 500 MPa,考察相变区域屈服强度相对降低对套管整体抗挤压强度的影响;工况 6~8 相变区域材料屈服强度分别设为 600, 650, 700 MPa,考察相变区域屈服强度相对增大对套管整体抗挤压强度的影响。

采用非线性屈曲计算方法对机加工孔套管的抗挤压强度进行分析,并将机加工孔套管发生失稳或压扁的临界压力定义为套管抗挤压强度,工况 1 中,对机加工孔套管施加外压载荷且以稳定速率增长,一直持续到套管发生屈曲失效并完全被损坏为止,结果如图 5 所示。

由图可知,套管管体中部被压扁,最大径向位移位于套管中部,此时的外压载荷即为套管临界挤毁载荷。

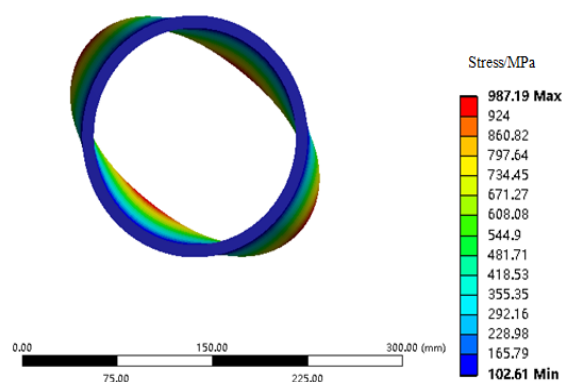


图5 套管形变
Fig.5 Casing deformation

对工况 2~8 的机加工孔套管施加外压载荷,得到不同相变区域屈服强度下,机加工孔套管达到临界屈曲失效条件时径向位移与外压载荷的关系,如图 6 所示。由图可知,对比工况 2(不考虑金属相变),机加工孔套管相变区域材料屈服强度越小,外压载荷越小,表明该相变区域材料屈服强度下套管抗挤压能力较差,相同载荷下,相变区域材料屈服强度越小,套管径向位移越大,达到相同位移量时,相变区域材料屈服强度越大所需的外压载荷越大。机加工孔诱发的金属相变对套管抗挤压强度影响较大,当金属相变区域屈服强度减小时,机加工孔套管抗挤压强度逐渐减弱;当金属相变区域屈服强度增大时,机加工孔套管抗挤压强度逐渐增强。

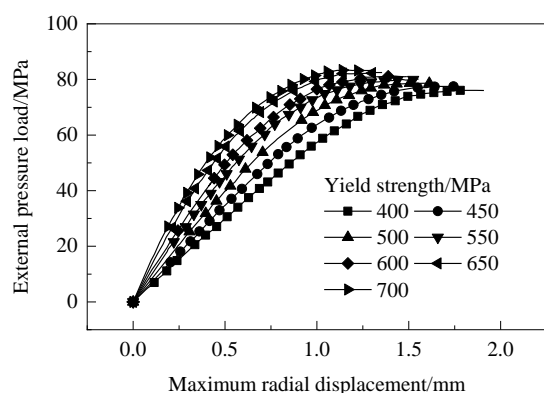


图6 机加工套管最大径向位移与外压载荷的关系
Fig.6 Relationship between maximum radial displacement and external pressure load of machined hole casing

所选用套管在冲击条件下,孔眼附近材料发生金属相变,即发生材料硬化,该现象与套管材质、热处理加

工工艺、冲击能量的加载方式及卸载路径有关。但由于并不能排除其它可能的影响因素,模拟中不能精确量化机加工孔工艺所诱发的相变区域范围,因此将套管相变区域半径作为变量。

套管离散模型如图 7 所示。为考察相变区域面积对机加工孔套管抗挤压强度的影响,其它套管参数及所受外在和约束条件相同,机加工孔半径 12 mm、相变区域屈服强度 $\sigma_s=200, 300, 400, 500$ MPa 条件下,套管相变区域半径分别为 20, 30, 40 和 50 mm。分析过程中设置抗挤压强度百分比,即机加工孔套管抗挤压强度与完整套管最大抗挤压强度比,避免其它因素带来的误差。

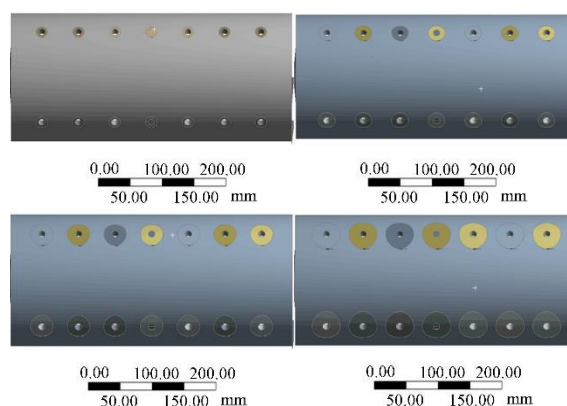


图7 套管离散模型
Fig.7 Casing discrete model

不同相变区域半径下机加工孔套管抗挤压强度的模拟结果见图 8。由图可知,当相变区域屈服强度小于最小设计屈服强度时,相同机加工孔相变区域屈服强度下,随相变区域面积增大,机加工孔套管抗挤压强度百分比减小。相同机加工孔相变区域面积下,随相变区域

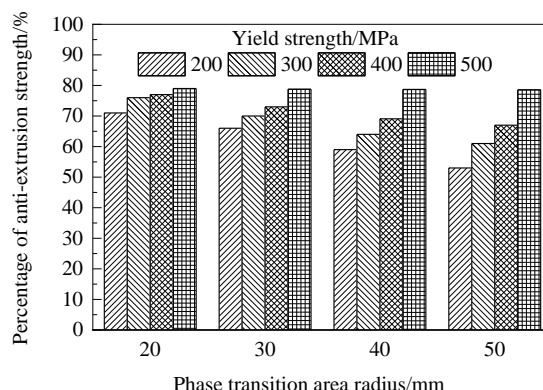


图8 不同屈服强度下抗挤压强度百分比随套管相变区域半径的变化
Fig.8 Variation of percentage of anti-extrusion strength with phase transition area radius of casing at different yield strengths

屈服强度增大, 机加工孔套管抗挤压强度百分比增大。

将图8中的数据进行拟合, 得到不同相变区域半径下, 机加工孔套管抗挤压强度百分比随相变区域屈服强度的变化, 结果如图9所示。由图可知, 当相变区域屈服强度小于套管自身材料屈服强度时, 相变区域半径越大, 机加工套管抗挤压性能越差。4条不同相变区域半径曲线随相变区域屈服强度增大逐渐趋于重合, 表明机加工孔套管相变区域面积对机加工孔套管抗挤压强度的影响随相变区域屈服强度增加而逐渐减弱。

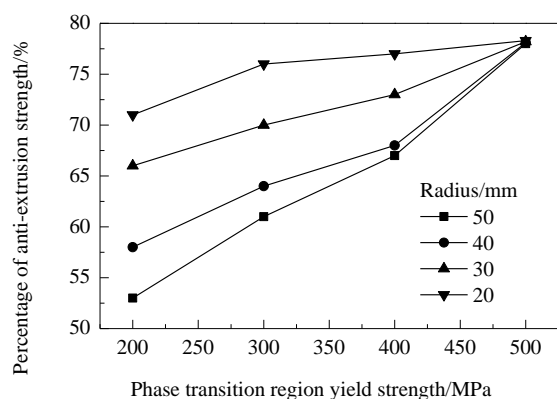


图9 不同相变区域半径下屈服强度对机加工孔套管抗挤压强度百分比的影响

Fig.9 Effect of phase transition region yield strength on percentage of anti-extrusion strength of machined hole casing with different phase transition area radius

5 结论

考察了机加工孔套管相变区域面积和相变区域屈服强度对机加工孔套管抗挤压强度的影响, 得到以下论:

(1) 在相同外压载荷、边界条件和约束条件下, 完整套管抗挤压强度远大于机加工孔套管。

(2) 机加工套管在孔眼附近材料金属相变和不发生金属相变时的抗挤压强度不同。当孔眼附近相变区域屈服强度小于套管自身材料屈服强度时, 机加工孔套管抗挤压强度减弱; 当孔眼附近屈服强度大于套管自身材料屈服强度时, 机加工孔套管抗挤压强度增强。

(3) 孔眼附近金属相变区域面积对机加工孔套管抗挤压强度有影响。当相变区域屈服强度低于管体屈服强度时, 套管抗挤压强度随相变区域面积增大而减弱。但随着相变区域屈服强度增大, 相变区域面积对机加工孔套管抗挤压强度的影响逐渐减小。

参考文献

[1] Asadi M, Conway M. Mudcake/screen cleanup investigation in

- openhole gravel-packed completions [R]. SPE2001, 2001, 71670: 1-9.
- [2] 张建乔, 刘永红, 吕广忠, 等. 石油筛管有限元模拟开发系统研究 [J]. 计算机模拟, 2007, (2): 223-226.
- Zhang J Q, Liu Y H, Lü G Z, et al. The FEM emulating system of screens [J]. Computer Simulation, 2007, (2): 223-226.
- [3] 何良, 邓福成, 谭章龙, 等. 基于生产压力下割缝筛管的缝宽选择标准 [J]. 科学技术与工程, 2018, 18(21): 200-205.
- He L, Deng F C, Tan Z L, et al. Standard for selection of slot width of slotted screen based on working pressure [J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(21): 200-205.
- [4] 李航, 邱亚玲, 伍建川, 等. 不同布缝形式的割缝筛管抗挤强度有限元分析 [J]. 石油机械, 2016, 44(2): 80-83.
- Li H, Qiu Y L, Wu J C, et al. Finite element analysis on the collapsing strength of slotted liner with different slot arrangement [J]. China Petroleum Machinery, 2016, 44(2): 80-83.
- [5] 张炜, 方全堂, 朱春林. 水平井割缝筛管完井参数优化模型 [J]. 油气田地面工程, 2014, 33(2): 10-11.
- [6] 贾曦雨, 王树山, 马峰, 等. 射孔冲击相变对射孔套管抗挤性能的影响 [J]. 石油学报, 2017, 38(3): 348-355.
- Jia X Y, Wang S S, Ma F, et al. Influence of perforation shock-induced phase transformation on the collapsing strength of perforated casing [J]. Acta Petrolei Sinica, 2017, 38(3): 348-355.
- [7] 张立民. 冀东油田出砂井射孔套管变形分析 [J]. 石油钻采工艺, 2013, 35(5): 71-73.
- Zhang L M. Analysis on perforated casing deformation of sanding wells in Jidong oilfield [J]. Oil Drilling & Production Technology, 2013, 35(5): 71-73.
- [8] 许爱荣, 邹云, 杨向同, 等. 内压作用下含裂纹射孔套管临界开裂应力分析 [J]. 石油机械, 2012, 40(4): 22-25.
- Xu A R, Zou Y, Yang X T, et al. An analysis of the critical cracking stress of perforated casing with cracks under the effect of internal pressure [J]. China Petroleum Machinery, 2012, 40(4): 22-25.
- [9] 丁祖鹏, 罗艳艳, 韩彬, 等. 射孔对套管抗挤强度的影响分析与试验 [J]. 钻采工艺, 2016, 39(4): 15-18, 2.
- Ding Z P, Luo Y Y, Han B, et al. Influence of perforating on casing collapsing strength and its test [J]. Drilling & Production Technology, 2016, 39(4): 15-18, 2.
- [10] 佟光军, 胡知辉, 于莉, 等. 深水海底管道屈曲扩展非线性有限元分析 [J]. 石油工程建设, 2018, 44(5): 11-15, 65.
- Tong G J, Hu Z H, Yu L, et al. Nonlinear finite element analysis of buckling propagation in deepwater pipelines [J]. Petroleum Engineering Construction, 2018, 44(5): 11-15, 65.
- [11] Casado-Vara R, Chamoso R, De la Prieta F, et al. Non-linear adaptive closed-loop control system for improved efficiency in IoT-blockchain management [J]. Information Fusion, 2019, 49: 227-239.
- [12] Zayed E M E, Al-Nowehy A, Shohib R M A. New sub-equation method to construct solitons and other solutions for perturbed nonlinear Schrödinger equation with Kerr law nonlinearity in optical fiber materials [J]. Journal of Ocean Engineering and Science, 2019, 4(1): 14-23.
- [13] 李彬. 薄壁构件稳定性分析 [D]. 大连: 大连理工大学, 2016: 11-22.
- Li B. The stability analysis of thin-walled members [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2016: 11-22.
- [14] 罗天洋. 浅水域钢管式栈桥平台结构设计研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2016: 40-42.

- Luo T Y Design and research of the construction platform of steel tubular with couplers in shallow water [D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2016: 40–42.
- [15] 王骁峰, 段毅, 袁锐之. 薄壁硬壳式圆筒结构的屈曲分析 [J]. 兵器装备工程学报, 2018, 39(7): 166–170.
- Wang X F, Duan Y, Yuan R Z. Non-linear finite element buckling analysis to the thin wall cylinder monocoque structure [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2018, 39(7): 166–170.
- [16] 王欣, 范雯霖, 高顺德. 基于弧长法的臂架非线性稳定性分析 [J]. 起重运输机械, 2018, (11): 127–132.
- Wang X, Fan W L, Gao S D. Nonlinear stability analysis of boom based on arc length method [J]. Hoisting and Conveying Machinery, 2018, (11): 127–132.
- [17] 魏鹏, 李建光, 李延强, 等. 从一实例分析看弧长法与牛顿-拉普森法 [J]. 科技与创新, 2018, (24): 5, 6, 12.