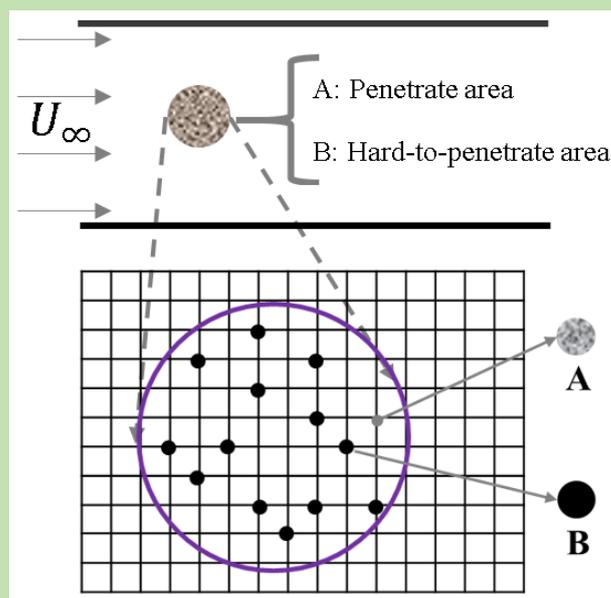


Numerical simulation on fluid flow past a circular heterogeneous porous particle

Chunyu WANG^{1,2}, Chenggong LI^{1*}, Mao YE¹

1. Dalian Institute of Chemical Physics, Chinese Academy of Sciences, Dalian, Liaoning 116023, China
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract: The two-phase flow of porous particles widely exists in industrial processes. However, the internal structure of most porous particles is heterogeneous, which has been homogenized in previous studies and may affect the interaction between the particle and the fluid. Therefore, the volume-average macroscopic control equation based on the intrinsic phase average velocity was used to describe the fluid flow inside and outside the porous particles. Then, an improved lattice Boltzmann method (LBM) was used to solve the macroscopic control equation. Two-dimensional fluid flow around and through a heterogeneous porous particle was simulated numerically. By introducing difficult-to-permeable regions to adjust the internal porosity of porous particle, the effect of heterogeneity on the force of particle and evolution of flow field was simulated. The



results showed that the heterogeneous structure could induce the lift force of the particle and realize the longitudinal mass transfer inside the particle compared to the homogeneous porous particle. Moreover, both the lift force and the mass transfer strength increased with the increase of the hard-to-penetrate area and Da number due to the asymmetric interaction between the particle and the fluid, but showed a peak value with Da number increasing to sufficiently large, mainly because of the effect of the internal structure diminished as the great quantity of fluids through the particle. On account of the lift force and mass transfer in the longitudinal, the presence of the hard-to-penetrate area also generated the wake vortex behind the particle to no longer be symmetrically distributed at a lower Re number, and to fall off at the Re number around 38, which enhanced the intensity of the disturbance of the flow field. In general, the existence of heterogeneous structure inside particle has an important influence on the force of the particle-fluid system and the evolution of the flow field, which is worth considering in future research.

Key words: porous particles; lattice Boltzmann equation; porosity; lift force; wake vortex

收稿: 2020-07-12, 修回: 2020-07-17, 网络发表: 2020-08-14, Received: 2020-07-12, Revised: 2020-07-17, Published online: 2020-08-14
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(编号: 91834302)
作者简介: 王春雨(1994-), 男, 河南省周口市人, 硕士研究生, 研究方向为流体力学模拟, E-mail: wangcy@dicp.ac.cn; 李承功, 通讯联系人, E-mail: chengongli@dicp.ac.cn

引用格式: 王春雨, 李承功, 叶茂. 单个圆形非均匀多孔颗粒绕流的数值模拟. 过程工程学报, 2021, 21(6): 658-670.
Wang C Y, Li C G, Ye M. Numerical simulation on fluid flow past a circular heterogeneous porous particle (in Chinese). Chin. J. Process Eng., 2021, 21(6): 658-670, DOI: 10.12034/j.issn.1009-606X.220213.

单个圆形非均匀多孔颗粒绕流的数值模拟

王春雨^{1,2}, 李承功^{1*}, 叶茂¹

1. 中国科学院大连化学物理研究所, 辽宁 大连 116023

2. 中国科学院大学, 北京 100049

摘要: 多孔颗粒两相流在工业过程中普遍存在, 但多孔颗粒的内部结构几乎都是不均匀的, 这可能影响颗粒与流体间的相互作用。采用基于本征相平均速度的体积平均宏观控制方程描述多孔颗粒内部和外部的流体流动, 采用改进的格子 Boltzmann 方法(LBM)求解广义的宏观控制方程, 并对二维流体流过非均匀多孔颗粒进行了数值模拟研究。通过随机分布难以渗透区域调节多孔颗粒内部的非均匀结构, 分析颗粒内部非均匀结构对颗粒受力及其内外部流场演化的影响。结果表明, 相对于内部结构均匀的多孔颗粒, 颗粒的非均匀结构能够导致颗粒的升力和内部纵向传质的产生, 升力和传质强度均随难以渗透区域含量 w_m 增加而增加, 随达西数(Da)增加呈先增加后减小的趋势。难以渗透区域的存在还导致颗粒后方尾涡在较低雷诺数(Re)下不再对称分布, 且尾涡脱落的临界 Re 数降至约 38, 增强了流场的扰动强度。颗粒内部非均匀结构对颗粒受力和流场演化均有重要影响。

关键词: 多孔颗粒; 格子 Boltzmann 方程; 孔隙率; 升力; 尾涡

中图分类号: O357.5 文献标识码: A 文章编号: 1009-606X(2021)06-0658-13

1 前言

颗粒流体系统广泛存在于自然界和实际工业中, 深入理解复杂的颗粒流体两相流动机理具有非常重要的工程意义和应用前景。针对颗粒流体间的相互作用, 学者们对颗粒流体系统进行了大量的研究工作, 但主要是对流体不能渗透的实心颗粒。在实际工程应用中常常遇到的是具有孔隙结构的多孔颗粒, 如流化床反应器内的催化剂多孔颗粒。在多孔颗粒与流体系统中, 由于孔隙结构的存在, 流体会渗入并且穿过多孔颗粒, 导致多孔颗粒与流体间相互作用发生剧烈变化。

最初研究者主要采用理论分析的方法研究多孔颗粒流体系统。Joseph 等^[1]采用达西定律和 Stokes 的渐近方程分别模拟多孔介质区域和颗粒外部的流体区域, 在雷诺数较小且惯性作用可以忽略的条件下, 推导出了多孔圆球的速度和曳力解析式, 研究结果表明渗透率对多孔圆球颗粒所受曳力的影响与降低半径的实心圆球形颗粒所受曳力等价。Neale 等^[2]提出基于 Darcy 定律的改进方程, 即增加了黏性项的 Brinkman 方程, 导出一个具备物理意义的多孔球曳力方程, 研究结果表明低雷诺数下多孔圆球所受曳力小于相应实心圆球。与 Darcy 规律相比, Brinkman 方程在动量方程中包含黏性项以说明发生在多孔介质流中的边界层, 因此在多孔介质和流体边界处剪切应力和流体速度连续性得到满足。Chen 等^[3]采用边界配点法理论调查了蠕动流条件下两个多孔

球形颗粒的相互作用。他们的结果揭示了两个多孔颗粒的相互作用会随着渗透率和颗粒间距离的增加而降低, 多孔颗粒沉降的阻碍作用弱于相应的实心颗粒。最近, Yao 等^[4]采用基于柱面谐波理论和流函数分别求解了低雷诺数下圆管内泊肃叶流和管内自由运动的两个多孔球形颗粒周围流场, 结果表明流体对颗粒的曳力系数和颗粒之间相互作用均与渗透率有关。以上工作表明颗粒内部的孔隙结构(特别是渗透率和孔隙率)对多孔颗粒与流体间的相互作用有较大的影响。但由于理论解析方程的求解只适用雷诺数非常低的条件, 上述研究仅限于流体惯性可忽略的情况。

另一方面, 物理模型实验也是研究多孔颗粒流体系统的一种有效的技术手段。Matsumoto 等^[5]利用钢丝球作为可渗透介质, 通过实验证实了渗透系数对多孔球速度的影响可以用 Brinkman 方程近似。Masliyah 等^[6]用实验方法验证了 Neale 等^[2]的理论, 同时也发现当雷诺数较大时多孔球所受曳力大于相应实心球。Johnson 等^[7]做了分形聚合物乳胶微球的沉降实验, 发现分形颗粒沉降速度显著高于采用斯托克斯定律计算出的实心颗粒和均匀多孔结构颗粒的沉降速度。最近, Ma 等^[8]提出了一种制备具有均质孔隙度和均质表面性质且球形度良好、相对渗透率范围较宽的多孔球模型的方法, 为在更大的雷诺数和渗透率范围内研究多孔颗粒与周围流体之间的复杂相互作用提供可行性。Emadzadeh 等^[9]采用粒子跟踪图像测速技术对多孔球沉降轨迹进行了分析, 实验

结果表明当孔隙率大于 0.77 时,多孔颗粒的渗透率随孔隙率增加而显著增加,当雷诺数 $Re < 100$ 时曳力系数随孔隙率增加而减小。但由于实验技术手段和条件的限制,上述实验研究难以对颗粒流体体系进行更加详细的描述。

随计算流体力学理论和技术的发展,数值模拟技术已经被越来越多的应用于颗粒流体系统的研究当中。Noymer 等^[10]在雷诺数为 10, 100 和 1000 及达西数为 $10^{-6} \sim 10$ 的区间,通过对多孔圆柱绕流进行数值模拟,发现高雷诺数下表征多孔颗粒渗透能力的无量纲达西数对曳力也有重要影响,通过风洞实验也验证了模拟计算的结果^[10]。Bhattacharyya 等^[11]采用有限体积法在雷诺数为 10~40, 达西数为 $10^{-6} \sim 1.5$ 区间内详细模拟了多孔圆柱绕流,发现非线性 Forchheimer 阻力对多孔区域有重要影响,曳力系数随雷诺数的增加和达西数的降低而降低。Yu 等^[12]通过有限体积法模拟多孔圆柱绕流,发现不同于实心圆柱,多孔圆柱的尾涡产生于圆柱内部或下游,与此对应,尾涡渗透进入多孔圆柱或与多孔圆柱完全分离,进一步证实下游尾涡的产生是流量累积的结果。Shahsavari 等^[13]研究了两平板间的多孔圆柱绕流,分析了达西数、雷诺数及边界限制对流场和孔隙率的影响。Zhu 等^[14]发现多孔颗粒体的表面吸附可能会影响多孔颗粒体后面的流动,甚至抑制尾涡的形成。Wang 等^[15]提出基于体积平均的宏观控制方程同时控制多孔区域和流场区域,当流体流动足够慢时方程还可以恢复成 Darcy 定律或 Brinkman 方程。Pepona 等^[16]通过 Brinkman-Forchheimer-Darcy 模型耦合浸入边界法处理运动的几何边界,提出基于格子 Boltzmann 方法的流体与运动多孔介质的数值方法,并通过固定和运动多孔颗粒绕流进行了验证。

此外,学者们不仅对规则圆形多孔颗粒进行了研究,还进一步研究了不规则形状的多孔介质,如菱形、三角形和椭球等。Valipour 等^[17]用 Darcy-Brinkman-Forchheimer 模型对多孔菱形方柱区域的流动进行模拟,数值结果表明在雷诺数范围 1~45、达西数范围 $10^{-6} \sim 10^{-2}$ 内,压力系数和尾涡长度均随达西数增加而减小。Vijaybabu 等^[18]研究了不同形态的多孔三角柱对受力的影响,发现来流面向边对三角柱的曳力小于面向顶点对三角柱的曳力。Rezaee 等^[19]采用格子 Boltzmann 方法模拟了二维多孔椭圆形颗粒在牛顿流体中的沉降过程,渗透率在一定阈值下对粒子沉降轨迹、方向和速度的影响,结果显示多孔椭球相对于实心椭球对初始取向和位置不敏感。

在上述多孔颗粒流体体系的研究中颗粒内部结构

被认为是均质的,但非均质多孔颗粒更接近于真实情况,如流化床反应器内的催化剂多孔颗粒。催化剂颗粒通常由黏合剂和分子筛晶体组成,颗粒内部分布着大孔、中孔及分子筛晶体内的微孔,其中大孔和中孔中可以存在连续流动,可看作可以渗透的多孔介质区域,而分子筛晶体中的微孔内通常表现为分子扩散,可视为难以渗透区域。因此,催化剂颗粒内部结构是非均匀各向异性的。这种颗粒内部结构的不均匀性是否会引起多孔颗粒流体间相互作用的变化尚未可知。本工作的主要目的是研究非均匀内部结构对多孔颗粒流体间相互作用及其周围流场的影响,采用改进的格子 Boltzmann 方程求解能够描述多孔颗粒内外部流场的基于表征体元的宏观动量方程,通过调节不同区域的孔隙率详细分析非均匀内部结构对多孔颗粒受力、纵向传质、尾涡形态的影响。

2 方法

多孔介质内流体流动的数值模拟方法主要分为基于孔隙尺度的微观模拟和基于表征体元(Representative Elementary Volume, REV)尺度的模拟。前者将介质的固体骨架看作流场边界,通过精确模拟流体在每个孔隙内的输运过程获得孔隙内流动的详细信息。该方法在研究宏观渗流的微观机理或建立和检验宏观渗流模拟方面具有很大优势,但只能用于较小的计算区域,且难以将多孔介质内部流动与外部流场耦合计算。基于 REV 尺度的模拟方法不是直接求解微孔内的流动,而是求解体积平均的宏观流动量,多孔介质内部对孔道内流体的阻力通过适当的作用力描述^[20]。该方法的优点是模型仅依赖介质的统计参数,如孔隙率、渗透率等,而无需多孔介质的细节结构,因而计算效率较高。本工作的主要目的是研究非均匀孔隙结构对多孔颗粒流体间相互作用的影响,因此基于 REV 尺度的宏观控制方程被用于描述多孔颗粒内外部流体流动。

2.1 基于 REV 尺度的宏观控制方程

在 REV 尺度的模拟方法中,研究者主要采用基于 Darcy 模型或 Brinkmann 模型描述多孔介质内的流体流动现象。与 Darcy 模型相比,Brinkman 模型能说明流体在通过多孔介质时产生的边界层,因此可以满足多孔介质和流体边界处流体速度和剪切应力的连续性。但 Brinkman 模型并没有包括非线性的惯性项,因此仅适用于低雷诺数的多孔介质流动,而多孔介质内的流体惯性作用并不能被忽略。针对不可压流体在多孔介质内的等温流动,Nithiarasu 等^[21]提出了包含线性阻力(Darcy)项,

黏性(Brinkman)项和非线性阻力(Forchheimer)项的更通用的渗流模型, 可表示为广义 Navier-Stokes 方程。Guo 等^[22]提出了一个可用于求解广义 Navier-Stokes 方程改进的格子 Boltzmann 模型, 通过对典型算例的模拟验证了已提出的格子 Boltzmann 模型能够有效模拟有限雷诺数下静止多孔介质中的流体流动, 并作为经典的 REV 尺度下多孔介质的 LBM 方法。Wang 等^[15]采用体积平均方法, 提出了更通用的基于 REV 尺度的广义宏观控制方程, 使得该方程适用于有限雷诺数的静止和运动多孔介质流动。鉴于该模型的有效性和通用性, Wang 等^[15]提出的广义宏观控制方程被用于描述多孔颗粒与流体间相互作用及其内外部流场:

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{u}_f \rangle^f = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \langle \mathbf{u}_f \rangle^f}{\partial t} + \langle \mathbf{u}_f \rangle^f \cdot \nabla \langle \mathbf{u}_f \rangle^f = -\frac{1}{\rho_f} \nabla \langle p_f \rangle^f + \nu \nabla^2 \langle \mathbf{u}_f \rangle^f + \mathbf{F}_n \quad (1b)$$

式中, $\langle \mathbf{u}_f \rangle^f$ 表示流体相的本征相平均速度, ρ_f 是流体密度, $\langle p_f \rangle^f$ 是流体相的本征相平均压力, ν 表示流体运动黏度系数, \mathbf{F}_n 表示总力项:

$$\mathbf{F}_n = -\frac{\varepsilon V}{K} (\langle \mathbf{u}_f \rangle^f - \langle \mathbf{u}_s \rangle^s) - \frac{\varepsilon^2 F_\varepsilon}{\sqrt{K}} (\langle \mathbf{u}_f \rangle^f - \langle \mathbf{u}_s \rangle^s) |\langle \mathbf{u}_f \rangle^f - \langle \mathbf{u}_s \rangle^s| + \mathbf{G} \quad (2)$$

式中, $\langle \mathbf{u}_s \rangle^s$ 表示颗粒的本征相平均速度, ε 表示颗粒孔隙率, 当 $\varepsilon=0$ 时, 多孔颗粒转换为实心固体颗粒, 而当 $\varepsilon=1$ 时, 多孔区域充满流体转变为流体区域, 并且总体力 $\mathbf{F}_n=0$ 。渗透率 K 表示多孔介质渗透流体的能力, 通常采用无量纲的达西数(Darcy number, Da) $Da=K/D^2$ 衡量, D 为特征长度。遵循欧拉关联, 几何函数(Geometric Function) $F_\varepsilon = 1.75 / \sqrt{150\varepsilon^2}$ 。总力项 \mathbf{F}_n 包含多孔介质与其周围流体相互作用产生的阻力和外力 \mathbf{G} , 对于式(2)的右边, 第一和第二项分别表示线性和非线性的阻力。在蠕流条件下(即不考虑惯性或稳定流具有足够低的流速), 由于非线性阻力项是关于速度的二次项, 因此非线性项可以被忽略, 此时宏观方程(1a)和(1b)可以转换为耦合的不包含外力项的 Brinkman-Stokes 模型。而当雷诺数较大, 需要考虑流体惯性作用时, 则必须考虑总体力项中的非线性阻力。特别的, 当颗粒的本征相平均速度 $\langle \mathbf{u}_s \rangle^s=0$ 时, 表示颗粒处于静止状态, 方程可用于求解静止多孔介质流体流动。

2.2 基于 REV 尺度的格子 Boltzmann 模型

格子 Boltzmann 方法(Lattice Boltzmann Method,

LBM)是一种能够有效、精确和快速求解复杂流体流动现象的数值计算方法, 目前已经被成功应用到湍流、多相流以及多孔介质流等研究中^[23-27]。LBM 与传统的数值方法(有限元、有限差分、有限体积)相比, 从介观理论出发将流体抽象成大量的介观粒子, 这些粒子在规则的网格上迁移和碰撞, 通过时空演化能够反映粒子分布的统计函数获得流体流动的宏观物理量。本工作中, 单松弛时间格子 Boltzmann 模型被用于求解基于 REV 尺度下 Wang 等^[15]提出的广义宏观控制方程, 其具体形式如下:

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] + \delta_t \mathbf{F}_i \quad (3)$$

式中, 方程的左边表示介观粒子迁移项, $f_i(\mathbf{x}, t)$ 表示粒子分布函数, 角标 i 表示介观粒子碰撞后的迁移方向, \mathbf{e}_i 表示粒子速度矢量, \mathbf{x} 表示空间位移矢量, δ_t 表示格子时间步长, 方程右边表示介观粒子的碰撞项和力项, τ 表示松弛时间, 平衡粒子分布函数 $f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)$ 和外力项 \mathbf{F}_i 分别可表示为

$$f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = \rho_f \omega_i \left[1 + \frac{\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_i = \rho_f \omega_i \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) \left[\frac{\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{F}_n}{c_s^2} + \frac{\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^4} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{F}_n) - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{F}_n}{c_s^2} \right] \quad (5)$$

式中, ω_i 表示权重系数, 采用二维九个粒子速度方向格子模型(D2Q9), 因此 $\omega_0=4/9$, $\omega_{1-4}=1/9$, $\omega_{5-8}=1/36$, \mathbf{u} 表示流体本征相平均速度 $\langle \mathbf{u}_f \rangle^f$, 也可称为宏观速度。对于 D2Q9 模型, 格子声速 $c_s = \sqrt{3}c$, 其中粒子速度 c 被定义为 $c = \delta_x = \delta_t = 1$, δ_x 表示格子长度。另外, D2Q9 模型中介观粒子碰撞后的迁移方向 $i=0, 1, 2, \dots, 8$, 总共 $N=9$ 个粒子迁移方向, 表示粒子速度矢量 \mathbf{e}_i 为

$$\mathbf{e}_i = \begin{cases} (0, 0) & i = 0 \\ c \left(\cos \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right], \sin \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right] \right) & i = 1, 2, 3, 4 \\ \sqrt{2}c \left(\cos \left[(2i-1) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[(2i-1) \frac{\pi}{4} \right] \right) & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (6)$$

另外, 整个计算区域的宏观物理量(密度 ρ_f 和速度 \mathbf{u}) 可通过下式计算:

$$\rho_f = \sum_{i=0}^8 f_i \quad (7a)$$

$$\rho_f \mathbf{u} = \sum_{i=0}^8 \mathbf{e}_i f_i + \frac{1}{2} \delta_t \rho_f \mathbf{F}_n \quad (7b)$$

式中, 由于总体力项 \mathbf{F}_n 包含宏观速度 \mathbf{u} , 所以宏观速度

方程(7b)是关于速度 \mathbf{u} 的非线性等式, 将式(2)代入到式(7b)可以计算出速度 \mathbf{u} 。

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{d_0 + \sqrt{d_0^2 + d_1 |\mathbf{v}|}} + \mathbf{V}_p \quad (8a)$$

$$\rho_f \mathbf{v} = \sum_{i=0}^8 \mathbf{e}_i f_i + \frac{1}{2} \delta_i \rho_f \mathbf{F}_n - \rho_f \mathbf{V}_p \quad (8b)$$

式中, 对于静止颗粒, 其颗粒速度 $\mathbf{V}_p=0$, \mathbf{v} 表示临时速度变量, 两个参数可通过下式计算:

$$d_0 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\delta_i \varepsilon \nu}{2K} \right] \quad (8c)$$

$$d_1 = \frac{\delta_i \varepsilon F_\varepsilon}{2\sqrt{K}} \quad (8d)$$

最后, 利用 Chapman-Enskog 多尺度展开技术可以从上述改进的单松弛时间格子 Boltzmann 模型恢复到广义宏观控制方程(1a)和(1b), 因此求解上述改进的单松弛时间格子 Boltzmann 方程可以实现对多孔颗粒与流体间相互作用和内外流场的数值模拟研究。动量交换法^[28]被用于计算流体中多孔颗粒所受到的作用力, 其具体形式为:

$$\mathbf{F}_p = \sum_{\text{all } \mathbf{x}_b} \sum_{i \neq 0} [\mathbf{e}_i f_i(\mathbf{x}_b, t) - \mathbf{e}_i f_i(\mathbf{x}_f, t)] \times [1 - w(\mathbf{x}_b + \mathbf{e}_i \delta_i)] \quad (9)$$

式中, 颗粒边界点 \mathbf{x}_b 与相邻的外部流体点 $\mathbf{x}_f = \mathbf{x}_b - \mathbf{e}_i \delta_i$ 分别具有相反速度 $\mathbf{e}_i = -\mathbf{e}_i$ 和 \mathbf{e}_i , 介观粒子从边界节点 \mathbf{x}_b 处迁移到流体点 \mathbf{x}_f 处发生的动量改变为 $\mathbf{e}_i f_i(\mathbf{x}_b, t) - \mathbf{e}_i f_i(\mathbf{x}_f, t)$ 。引入空间位置函数 $w(x)$, 当 x 在自由流体区域时 $w(x)=0$, 当 x 在颗粒内部区域时, $w(x)=1$ 。颗粒所受合力 \mathbf{F}_p 在沿来流方向和垂直于来流方向上分解为曳力 \mathbf{F}_D 和升力 \mathbf{F}_L , 采用特征速度 U_{ref} 和特征长度 L_{ref} 将曳力和升力无量纲化, 以曳力系数 C_D 和升力系数 C_L 表示:

$$C_D = \frac{F_D}{0.5 \rho_f U_{ref}^2 L_{ref}} \quad (10a)$$

$$C_L = \frac{F_L}{0.5 \rho_f U_{ref}^2 L_{ref}} \quad (10b)$$

表1 网格对曳力系数、尾涡长度和分离角的影响($Re=20$)

Table 1 Effect of mesh on wake length, separation angle and drag coefficient ($Re=20$)

D	Solid ($Da=1.4 \times 10^{-13}$, $\varepsilon=0.01$)			Porous ($Da=2.5 \times 10^{-3}$, $\varepsilon=0.997$)		
	C_D	L_v/D	θ_v	C_D	L_v/D	θ_v
30	2.083	0.949	42.089°	1.992	0.692	20.228°
40	2.078	0.940	41.909°	1.990	0.690	20.303°
60	2.074	0.932	42.175°	1.989	0.688	20.293°

首先进行网格无关性验证, 对 $Re=20$, 实心颗粒

2.3 模型验证

本工作主要对均匀来流区域内多孔颗粒绕流及其流场变化进行数值模拟研究, 计算区域如图1所示。在该图中, 二维不可压缩流体通过直径为 D 的静止圆形多孔颗粒, 该颗粒置于长宽皆为 $40D$ 的计算区域轴线处, 颗粒中心距入口 $20D$, 距出口距离为 $20D$ 。多次计算表明选取该区域可消除边界对计算结果的影响, 满足计算要求。计算区域左边为速度入口, 具有大小为 U_∞ 从左到右的均匀来流, 区域右边出口为完全发展的自由出流, 上下边界为纽曼边界条件。由于宏观守恒方程中已经包含了二阶黏性项, 因此多孔颗粒与流体之间的界面不再需要明确的边界条件。定义雷诺数 $Re=U_{ref} L_{ref}/\nu$, 其中特征速度和特征长度分别取入口来流速度 U_∞ 和颗粒的直径 D 。模拟中, 设置雷诺数 $Re=10\sim 40$, 松弛时间 τ 设为 0.65, 因此黏度系数 $\nu=(\tau-0.5)/3=0.05$, 雷诺数 Re 在 $10\sim 40$ 区间对应特征速度 $U_\infty=Re \cdot \nu/D$ 的区间为 $0.0125\sim 0.05$ 。为了与其他数值和实验结果进行对比, 采用 Carman-Kozeny 方程关联将孔隙率 ε 和渗透率 K 连接, 即 $K=\varepsilon^3 d_p^2/[180(1-\varepsilon)^2]$, 式中 d_p 表示多孔颗粒内部填充颗粒的特征直径, 根据 Bhattacharyya 等^[11]取 $100 \mu\text{m}$, 对应颗粒直径 $D=2 \text{ mm}$ 。因此, 对于取达西数 $10^{-6} \leq Da \leq 10^{-1}$ 可根据 $Da=K/D^2$ 计算出孔隙率 ε 。

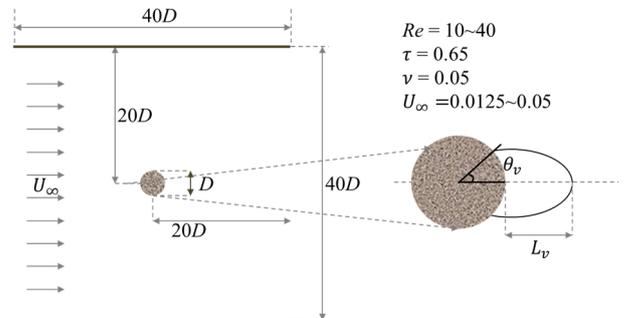


图1 颗粒和流场区域示意图

Fig.1 Scheme of flow around and through a porous circular particle

($\varepsilon=0.01$, $Da=1.42 \times 10^{-13}$) 和 多 孔 颗 粒 ($\varepsilon=0.997$,

$Da=2.5 \times 10^{-3}$)的情况, 考察直径 D 分别设为 30, 40 和 60 格子网格。三种网格下计算得到的曳力系数、尾涡长度及分离角见表 1。由表可知, $D=40$ 和 $D=60$ 两种计算网格下, 实心和多孔颗粒的曳力系数、尾涡长度及分离角相差低于 1%, 可以认为 $D=40$ 的网格能够同时满足计算精度和效率的需要, 因此采用 $D=40$ 的格子网格进行全部算例的模拟研究。

其次, 为了验证模型的有效和精确性, 对 $10 \leq Re \leq 40$ 和 $10^{-6} \leq Da \leq 10^{-1}$ 范围内的单个静止均匀内部结构的多孔颗粒绕流进行模拟计算。为与已有文献结果进行比较, 定义相同条件下静止多孔颗粒所受曳力与静止实心颗粒所受曳力之比为曳力比率 C_{Dr} 。对具有相同雷诺数的单个静止实心颗粒绕流也同时进行了计算。如图 2 所示, 在 $Da=2.5 \times 10^{-7} \sim 2.5 \times 10^{-2}$ 区间内, C_{Dr} 在低渗透($Da \leq 10^{-4}$)条件下接近于 1, 此阶段多孔颗粒的受力特征与实心颗粒相似, 在更高渗透($Da > 10^{-4}$)条件下 C_{Dr} 随 Da 增加而降低, 这与文献[10-12]得到的趋势一致; 尾涡长度随 Da 增加而缓慢下降, 随 Re 增加而显著增加, 这与文献[11,12]结果符合较好(图 3)。

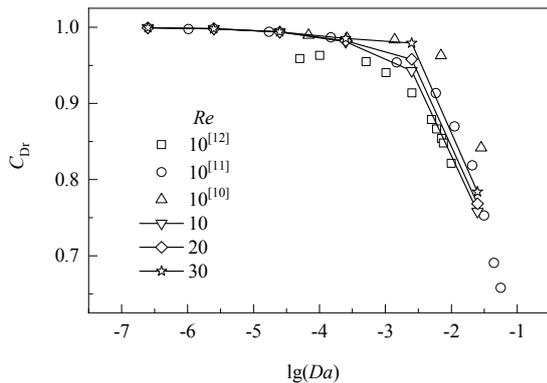


图 2 不同 Da 数条件下的曳力比率 C_{Dr}
Fig.2 Drag force ratio C_{Dr} at different Da numbers

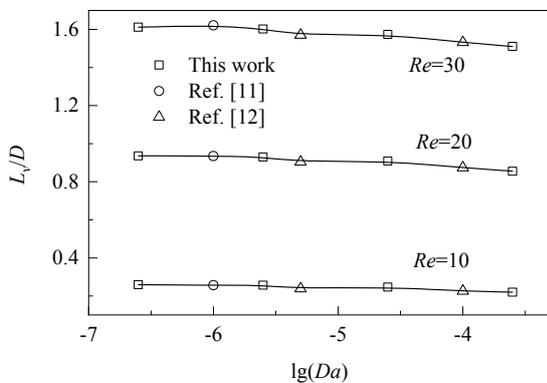


图 3 不同 Da 数条件下的尾涡长度 L_v/D
Fig.3 Wake length L_v/D at different Da numbers

最后, 在 $Re=40$ 条件下, 缩小孔隙率得到近似的实心模型, 得到的曳力系数、尾涡长、分离角与文献结果也表现出很好的一致性(表 2), 因此可以认为建立的模型可用于多孔颗粒绕流的模拟。非均匀结构的多孔颗粒将通过调节孔隙率实现。

表 2 验证实心颗粒的曳力系数、尾涡长度和分离角($Re=40$)
Table 2 Verification of wake length, separation angle and drag coefficient for a solid particle ($Re=40$)

	This work	Ref. [12]	Ref. [29]	Ref. [30]	Ref. [31]
L_v/D	2.259	2.236	2.13	2.24	2.345
θ_s	53.47°	53.71°	53.5°	-	53.8°
C_D	1.543	1.523	-	1.498	1.522

3 结果与讨论

目前, 采用基于 REV 尺度的数值模拟方法针对颗粒内部结构对颗粒流体相互作用影响的研究均将多孔颗粒内部结构视为均匀分布, 通过孔隙率和渗透率两个计算参数表示多孔颗粒内部结构, 在模型实现上颗粒占据的格子点具有相同的孔隙率。而实际存在的多孔颗粒其内部结构可能是非均匀的, 因此假设颗粒内部具有孔隙率非常小且渗透率接近实心的流体难以渗入区域和可渗透区域, 通过调节不同区域的渗透率 ϵ , 采用基于 REV 尺度的改进格子 Boltzmann 方法实现对非均匀多孔颗粒绕流的数值模拟研究, 分析非均匀结构对颗粒流体间相互作用及其周围流场的影响。如图 4 所示, 整个计算区域采用均匀的欧拉格子网格进行离散, 颗粒内部网格点表示颗粒内部结构区域, 这些网格点分为 A 和 B 两种类型, 其中 A 类格子点表示颗粒内部流体可以渗透区域, 这部分区域的渗透率采用 ϵ_A 表示, B 类格子点表示颗粒内部流体难以渗透区域, B 类格点随机分布在颗粒内部格点中, B 类格点处的渗透率采用 ϵ_B 表示, 由于流体难以渗透其中, 设置 $\epsilon_B=0.01$ 。当 $\epsilon_A=\epsilon_B$ 时, 表示颗粒内部为同类型格点, 可视为内部结构为均匀的多孔颗粒, 而当 $\epsilon_A=\epsilon_B=0.01$ 时, 该颗粒为实心颗粒。因此, 可通过下式计算非均匀内部结构多孔颗粒的有效渗透率 ϵ_{eff} :

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_A(1 - w_m) + \epsilon_B w_m \tag{11}$$

式中, w_m 表示难以渗透区域的百分比, 当 $w_m=0\%$ 时, 表示颗粒内部均为 A 类格点, 可视为颗粒内部结构为均匀的多孔颗粒, 而当 $w_m=100\%$ 时, 该颗粒可认为为实心颗粒。遍历颗粒内部格点并对其赋 0~99 范围内的随机数值, 随机值的选取借助 C 语言中的 rand 函数, 选取

赋值在 $[0, 100w_m]$ 范围内的格点作为 B 类格点, 颗粒内其余格点设置为 A 类格点。通过上述分析可发现, 多孔颗粒流体间相互作用主要受到雷诺数、孔隙率和渗透率以及不同渗透区域分布的影响, 其中雷诺数、渗透率和不同渗透区域的分布起主要作用。因此, 为了研究非均匀内部结构对颗粒受力及其周围流场的影响, 设置有效孔隙率 $\varepsilon_{eff}=0.5$, 不可渗透区域百分比 $w_m=0\% \sim 40\%$, ε_A 由关联式(11)得到, $Da=10^{-6} \sim 10^{-1}$, 雷诺数 $Re=10 \sim 40$ 。深入分析 w_m, Da 和 Re 对多孔颗粒受力、纵向传质和尾涡形态的作用。

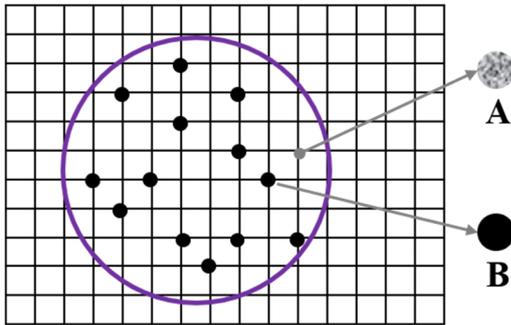


图 4 颗粒非均匀内部结构离散模型

Fig.4 Discrete model of heterogeneous pore structure inside particles

3.1 非均匀内部结构对颗粒受力的影响

首先, 以均匀内部结构多孔颗粒所受曳力 $F_D^{w_m=0}$ 为基准, 将非均匀与均匀内部结构多孔颗粒所受曳力比定义为曳力比 $Ra = F_D^{w_m} / F_D^{w_m=0}$, 通过曳力比 Ra 可以说明难以渗透区域分布系数 w_m 对多孔颗粒受力的影响, 即非均匀内部结构的影响。如图 5 所示, 在相同流体惯性的条件下, 曳力比 Ra 随达西数增加先增大后减小, 当 Da 达到 10^{-3} 或 10^{-2} 时出现最大值。从曳力比 Ra 值可以发现, 当 $Da \leq 10^{-2}$ 时, w_m 对曳力的影响非常小, 几乎可以忽略不计, 因此可以认为在 $10 \leq Re \leq 40$ 和 $10^{-6} \leq Da \leq 10^{-2}$ 条件下, 非均匀内部结构(w_m)对多孔颗粒所受曳力几乎没有影响。但当 Da 进一步增大时($Da=10^{-1}$), 曳力比变化显著, 说明非均匀多孔颗粒所受曳力要明显小于相应的均匀多孔颗粒, 结果表明渗透率非常大时, 非均匀内部结构对曳力的影响不能忽略。另外, 渗透率对曳力的作用与均匀多孔颗粒相同^[11,12,16], 渗透率同样也是影响非均匀多孔颗粒和流体间相互作用的主要因素(图 2)。但当 $30 \leq Re \leq 40$ 时, 流场中非均匀多孔颗粒出现尾涡脱落现象, 其所受曳力随时间以固定周期波动, 因此采用时间平均的方法求其曳力。

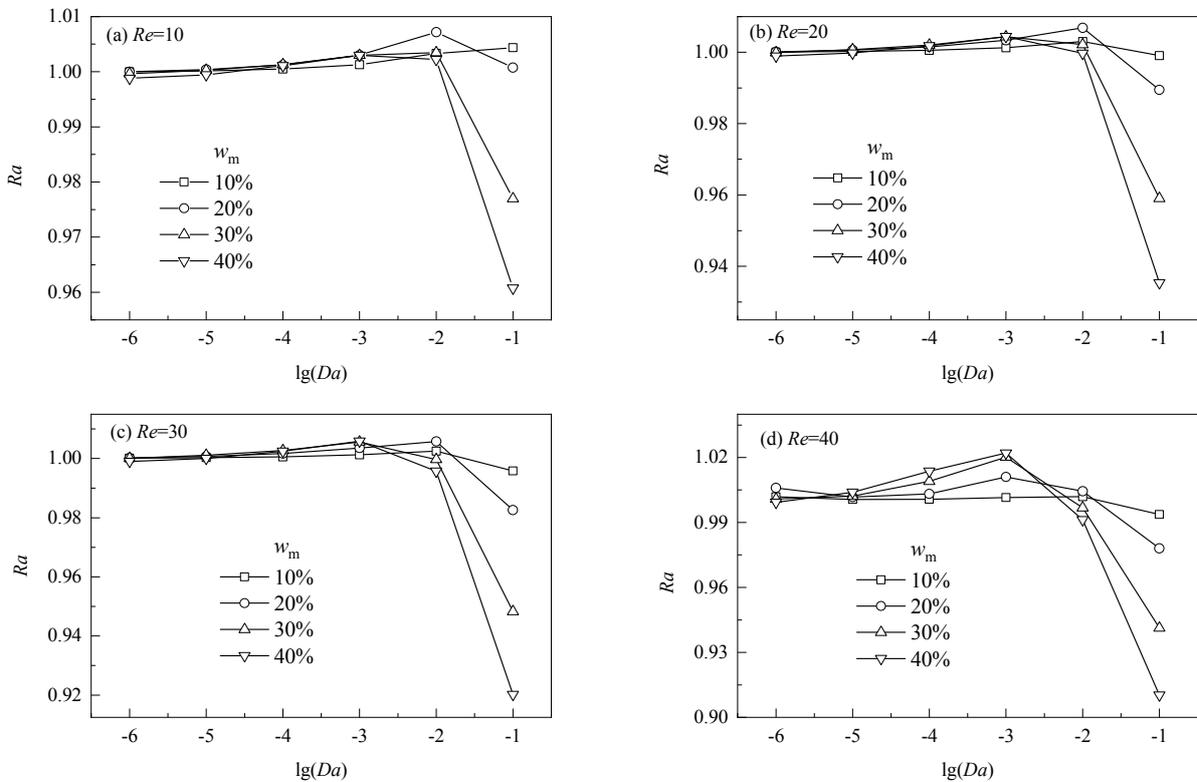


图 5 不同 w_m 下 Ra 随 Da 的变化

Fig.5 Variations of Ra with Da under different w_m

由计算结果还可发现, 在 $10 \leq Re \leq 40$ 范围内, 流场中非均匀多孔颗粒不仅受到流体施加的横向曳力, 也受到流体施加的纵向升力。图 6 的模拟结果表明, 稳态流动下均质多孔颗粒($w_m=0\%$)的 C_L 始终为 0, 不同 w_m 下的模型 C_L 随 Da 增加先增大后减小(正负值代表升力方向), 峰值出现在 $10^{-3} \sim 10^{-2}$ 之间。由于均质颗粒内部均为 A 类可渗透格点, 模拟中在垂直来流方向上流体与颗粒表面及内部结构间产生的作用力对称, 因此对颗粒整体而言升力效应被抵消。而 $w_m \neq 0\%$ 的模型中, 颗粒内部随机分布着难以渗透的区域, 因此渗透进入颗粒内

部的流体与颗粒内部结构之间的相互作用变得无规则, 表现出升力。随 Da 的增加, 渗透进入颗粒内部的流体增加, 流体与颗粒内部结构之间不规则的作用力增强, 因此在 $Da \leq 10^{-3}$ 区间 C_L 随 Da 增加而增大; 但当 Da 更大时, 颗粒内部阻碍流体流动的能力降低, 颗粒所在区域逐渐表现出自由流体区域的特征, 因此颗粒内部结构对流固间作用力的影响也相应弱化, 当 Da 数达到 10^{-1} 时 C_L 均再次趋近于 0。由于颗粒内部难以渗透结构增多, 颗粒内部非均质性引起的颗粒内流固间作用力的不对称性增加, C_L 随 w_m 增加而增加。

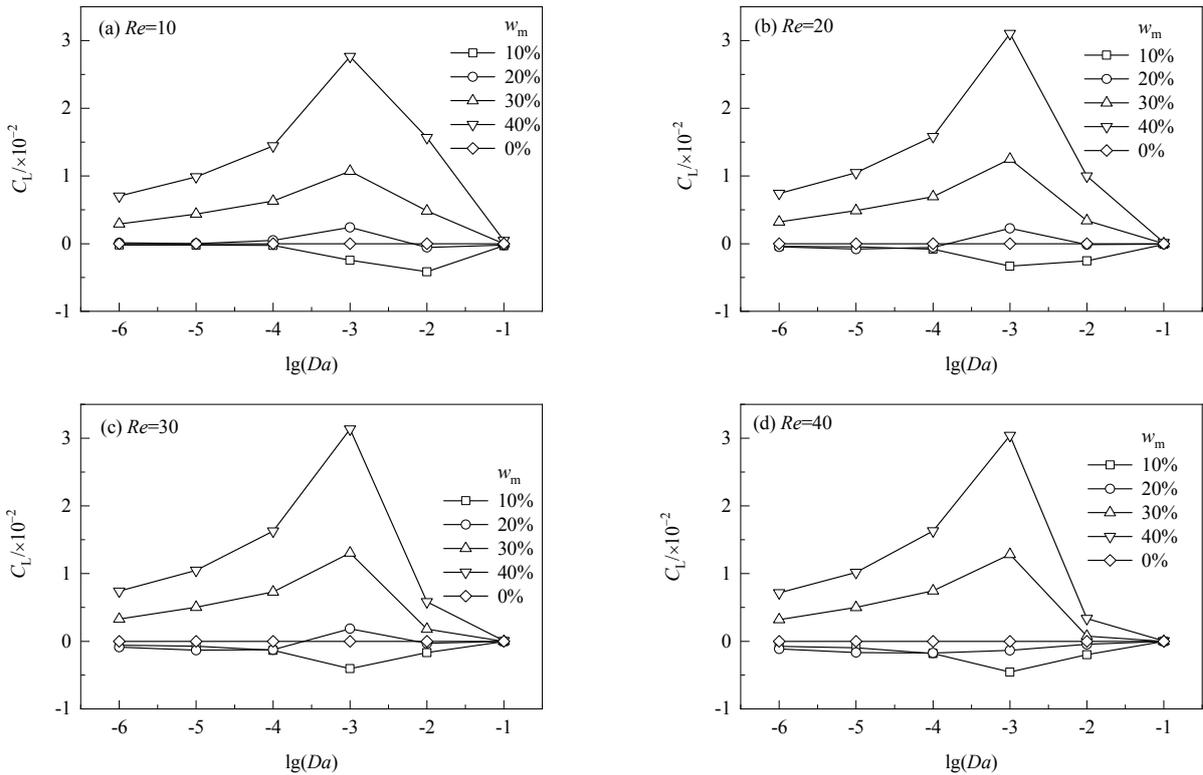


图 6 C_L 随 Da 和 w_m 的变化
Fig.6 Variations of C_L with Da and w_m

3.2 非均匀内部结构对颗粒内纵向传质的影响

通过叠加颗粒几何中心纵向速度 u_y 的绝对值获得通过颗粒的流量 $Q_y = \sum |u_y|$, 说明颗粒内部纵向传质的强度。图 7 模拟结果显示, 当 $w_m=0\%$ 时颗粒内部几何中心处的 u_y 始终为 0, 说明在均匀多孔颗粒内部上下两部分之间未发生传质过程, 而 $w_m \neq 0\%$ 的模型在颗粒内部不同位点表现出或正或负的 u_y , 虽然多孔介质区域的宏观物理量是 REV 尺度的体积平均结果, 但根据格点的体积平均速度仍可由此认为颗粒上下两侧发生传质, 并且由于左侧渗透进入的流体较多, 可以发现平均速度偏离 0 的位置主要分布在靠近来流的颗粒左侧区域, 而右侧区域平均速度则更趋近于 0。还可以发现随 w_m 增加, u_y

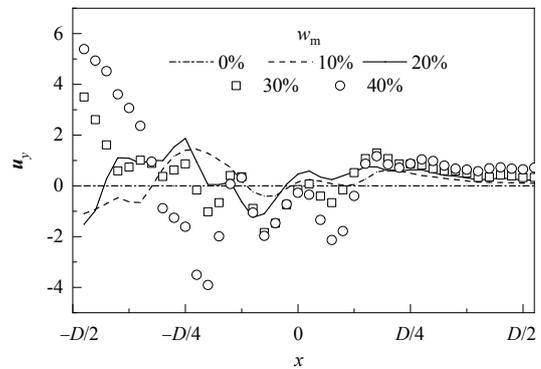


图 7 u_y 随颗粒几何中心在 x 轴线的变化($Re=10, Da=10^{-3}$)
Fig.7 Variations of u_y with geometry center of particle on x axis ($Re=10, Da=10^{-3}$)

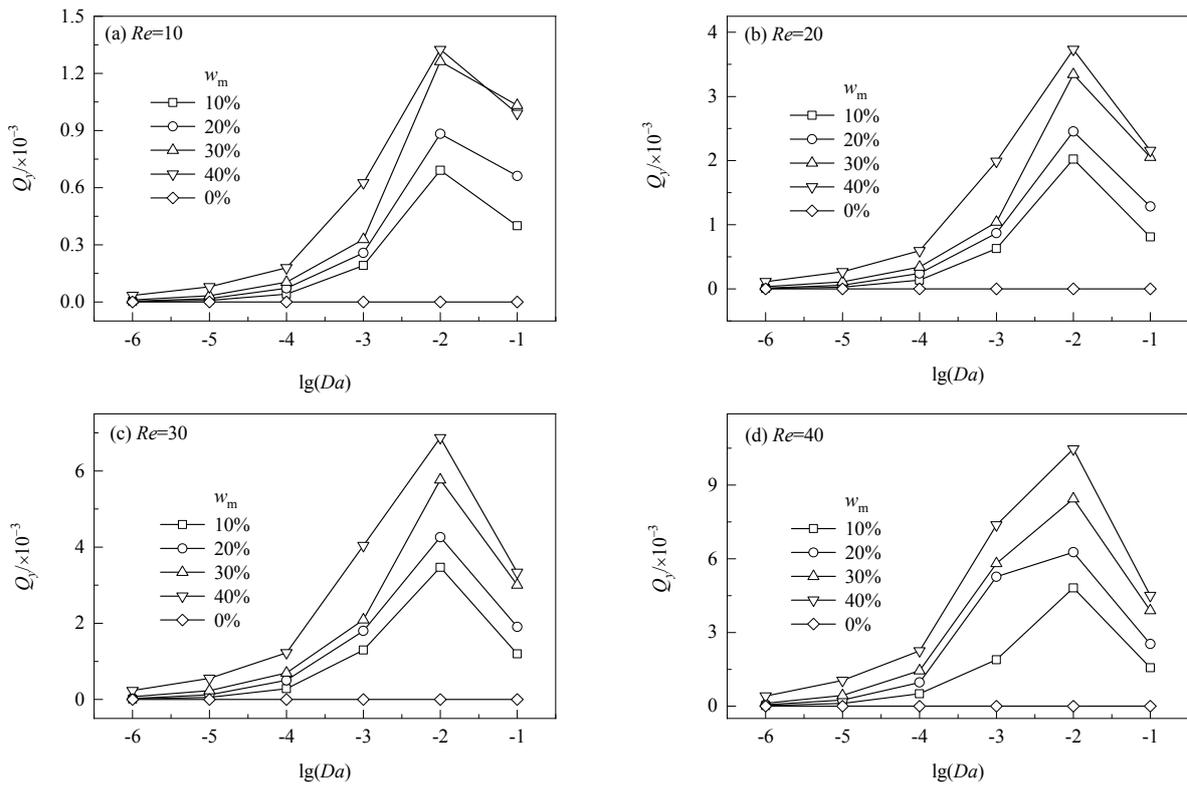


图8 Q_y 随 Da 和 w_m 的变化
Fig.8 Variations of Q_y with Da and w_m

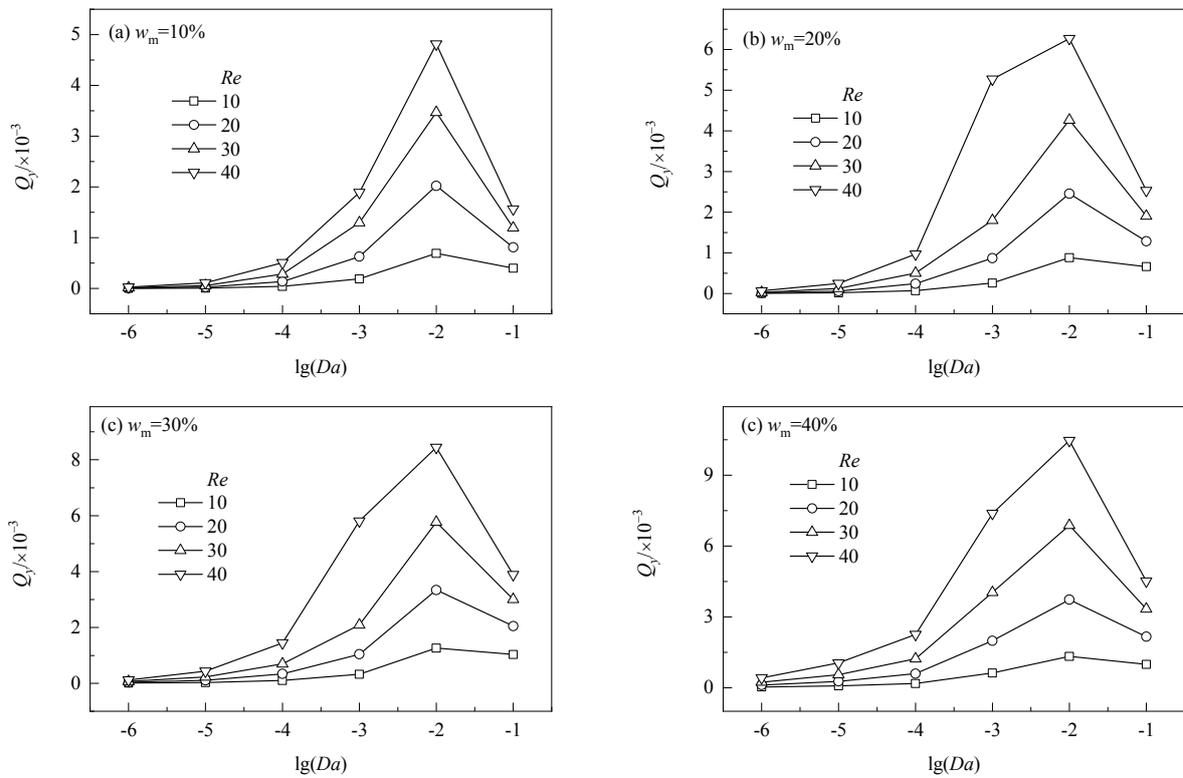


图9 Q_y 随 Re 的变化
Fig.9 Variations of Q_y with Re

波动幅度更大, 表明难以渗透区域的存在引起的颗粒内部传质更显著。

根据计算结果, 在低 Da 数区间($Da < 10^{-2}$)多孔颗粒的纵向流量 Q_y 随 Da 增大而增加(图 8), 表明随着渗透进入颗粒内部的流体增多, 非均匀结构对颗粒内部传质的影响增强。 Da 数增至 10^{-2} 附近时 Q_y 存在峰值, 随后 Q_y 随 Da 增加而降低, 表明当多孔颗粒渗透能力更强时, 多孔介质对流体的阻碍作用大大弱化, 随机分布的难以渗透区域的存在对颗粒整体纵向传质的影响减弱。由图 9 还可看出, 随 w_m 增加, Q_y 相应增大, 说明随着难以渗透区域占比增加, 颗粒内部的各向异性增强, 颗粒内流场更加无序, 有助于颗粒内部的纵向传质。

流体惯性的增强有利于颗粒内部的纵向传质。由于颗粒外部流场扰动强度增大, 有助于流体渗透进入多孔颗粒内部, 如图 9 所示, 对应的 Q_y 随 Re 增加而增大, 表现出更强的纵向传质能力。

3.3 非均匀内部结构对颗粒周围流场的影响

非均匀内部结构不仅对多孔颗粒受力及其内部纵向传质产生影响, 对流场演化特征的影响更加显著。模拟结果显示在较小 Re 数($Re=10$)和较高 Da 数($Da=10^{-3}$, $Da \geq 10^{-2}$ 时颗粒后方无尾涡形成)下, 均质颗粒($w_m=0\%$)后方形成对称分布的上下两个尾涡, 这与文献[11,12]的模拟结果吻合, 而随着 w_m 增加, 由于颗粒内无规则地分布着难以渗透区域, 颗粒内流场受颗粒流体相互作用而不再对称, 颗粒外尾涡形态受渗透而出的流体影响而发生显著改变。如图 10 所示, $w_m=10\%$ 时颗粒后方形成了上大下小的两个尾涡, 并且上方尾涡更加远离颗粒表面; $w_m=20\%$ 时后上方尾涡显著偏离多孔颗粒, 且两个尾涡均变得更小; $w_m=30\%$ 时后上方尾涡已经消失, 而后下方尾涡继续变小; $w_m=40\%$ 时颗粒后方未能形成尾涡, 表明多孔颗粒内部非均匀结构对多孔颗粒外部流场的影响显著且不可忽略。

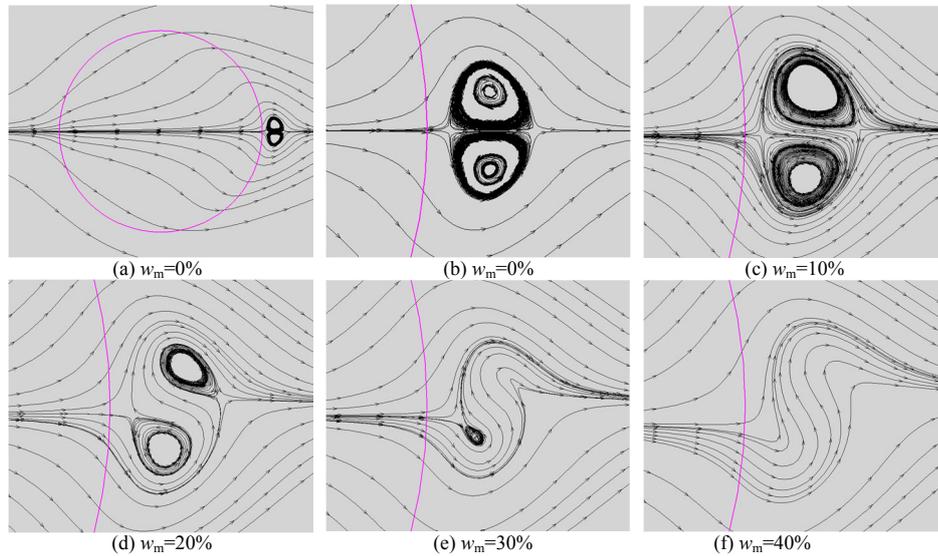


图 10 不同 w_m 下多孔颗粒绕流的流线图 [$Re=10$, $Da=10^{-3}$, (b)~(f) 的流场区域为 $x \in (0.4D, 0.7D)$, $y \in (-D/8, D/8)$]
Fig.10 Streamlines of flowing through porous particles varies under different w_m [$Re=10$, $Da=10^{-3}$, the flow field area of (b)~(f) is $x \in (0.4D, 0.7D)$, $y \in (-D/8, D/8)$]

进一步的研究发现, 随 Re 增加, 当 Re 超过 37 时非均匀结构多孔颗粒后方尾涡出现交替脱落的现象。从图 11 所示的 C_L 随流场演化时间的变化可以看出, 在 $Re \leq 37$ 时, C_L 始终在做小幅度的周期波动, 表明后方非对称的尾涡进行小幅度的摆动; 当 $37 < Re < 39$ 即约 38 时, 随流场演化时间的增加 C_L 的振幅逐步增加, 进而形成振幅稳定的周期波动, 表明流场进入了尾涡相继脱落的状态; 当 $Re \geq 39$ 时, 流场在更短时间内实现尾涡脱落, 且 C_L 振幅更高。与此对应, 均匀颗粒的升力在 $10 \leq Re \leq 40$ 范围内始终为 0, 流场经过充分演化后, 尾涡始终稳定地对称分布在颗粒后方。

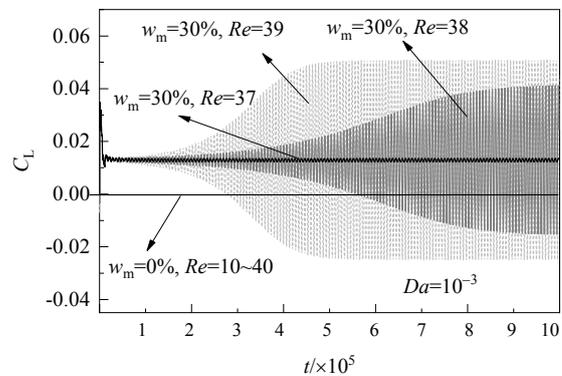


图 11 不同 Re 下 C_L 随演化时间的变化
Fig.11 Variations of C_L with evolution time under different Re

此外, 模拟发现 w_m 和 Da 对尾涡脱落的过程均有影响。如图 12 所示, 随 w_m 增加, 相同演化时刻下 C_L 的振幅更大, 在更短的演化时间内颗粒所受升力达到稳定的周期波动, 说明难以渗透区域的存在增强了颗粒后方颗粒流体间的不规则相互作用, 进而影响颗粒外部流场的不稳定性。从图 13 可以看出, 随 Da 增加, 流场在更短的演化时间内达到稳定的尾涡周期波动, 但 C_L 的振幅减小, 表明颗粒内流体的渗入放大了不均匀结构对颗粒外部流场的影响, 但减小了尾涡脱落对流场的扰动强度。

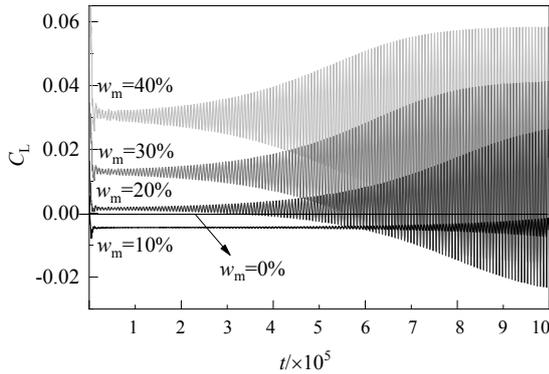


图 12 不同 w_m 下 C_L 随演化时间的变化 ($Re=38, Da=10^{-3}$)
Fig.12 Variations of C_L with evolution time under different w_m ($Re=38, Da=10^{-3}$)

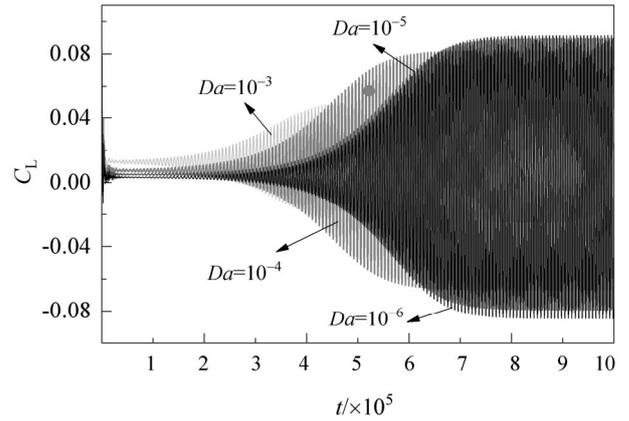


图 13 不同 Da 下 C_L 随演化时间的变化 ($Re=39, w_m=30\%$)
Fig.13 Variations of C_L with evolution time under different Da ($Re=39, w_m=30\%$)

为了更直观的了解多孔颗粒内部非均匀结构诱导尾涡脱落的过程, 图 14 给出了不同演化阶段下的流场瞬态图。从图可看出, 在演化初期两尾涡靠近颗粒处和分离点处表现出较为明显的不对称性; 在 C_L 振幅不断增加的过程中, 两尾涡大小差别更加显著; 当升力系数振幅达到最大时, 两尾涡实现了周期性的交替脱落。与此对应的, 均匀颗粒后方尾涡的对称分布状态始终未改变。尾涡脱落导致流场扰动增加、传质增强, 如果存在大量非均质多孔颗粒, 多孔颗粒的非均质性对流场演化的影响值得重点关注。

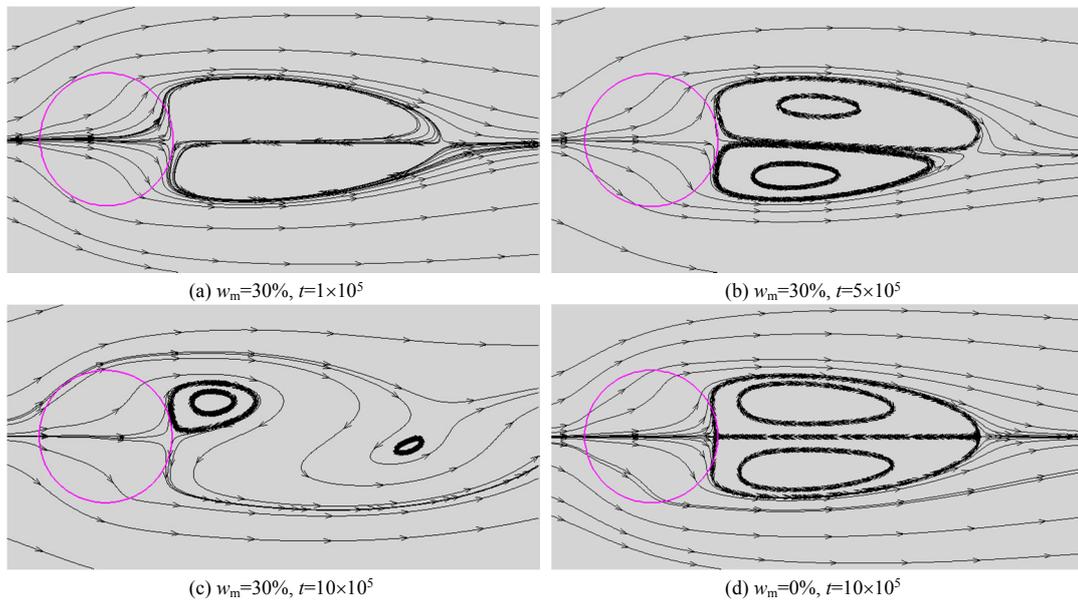


图 14 不同演化时间下流场瞬态流线图 ($Re=38, Da=10^{-3}$)
Fig.14 The transient streamline of the flow field at different evolution times ($Re=38, Da=10^{-3}$)

4 结 论

通过改变随机分布颗粒内部难以渗透区域调节多孔颗粒的非均匀结构, 采用改进的格子 Boltzmann 模型

研究了颗粒内部非均匀结构对颗粒受力及其内外部流场演化的影响, 得到以下结论:

(1) 难以渗透区域对曳力影响有限, 但诱发绕流对颗粒的升力。 C_L 随难以渗透区域含量 w_m 增加而增加, 随 Da 增加先增加后降低, 在 10^{-3} ~ 10^{-2} 区间存在峰值, 峰值左侧颗粒内部非均匀性是主要影响因素, 右侧渗透率增加导致颗粒流体相互作用降低。

(2) 包含难以渗透区域的多孔颗粒模型内部纵向发生传质。以纵向流量表征的颗粒内部传质强度随难以渗透区域含量 w_m 和 Re 增加而增加, 随 Da 增加先增加后降低, 在 10^{-2} 附近存在峰值。

(3) 难以渗透区域的存在导致颗粒后方尾涡在低 Re 下难以对称分布在颗粒后方, 并周期性的小幅摆动引起 C_L 的周期性波动; 增加至约 38 时, 流场逐步演化为尾涡周期性交替脱落状态, 且 w_m 和 Da 增加均有助于尾涡的脱落, 进一步强化颗粒外流场的传质。

参考文献

- [1] Joseph D D, Tao L N. The effect of permeability on the slow motion of a porous sphere in a viscous liquid [J]. *Z Angew Math Mech*, 1964, 44: 361–364.
- [2] Neale G, Epstein N, Nader W K, et al. Creeping flow relative to permeable spheres [J]. *Chemical Engineering Science*, 1973, 28(10): 1865–1874.
- [3] Chen S, Doolen G D. Lattice Boltzmann method for fluid flows [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1998, 30(1): 329–364.
- [4] Yao X, Ng C H, Teo J R, et al. Slow viscous flow of two porous spherical particles translating along the axis of a cylinder [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 861: 643–678.
- [5] Matsumoto K, Sugauma A. Settling velocity of a permeable model floc [J]. *Chemical Engineering Science*, 1977, 32(4): 445–447.
- [6] Masliyah J H, Polikar M. Terminal velocity of porous spheres [J]. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 1980, 58(3): 299–302.
- [7] Johnson C P, Li X, Logan B E, et al. Settling velocities of fractal aggregates [J]. *Environmental Science & Technology*, 1996, 30(6): 1911–1918.
- [8] Ma L, Xu S, Li X, et al. Particle tracking velocimetry of porous sphere settling under gravity: preparation of the model porous particle and measurement of drag coefficients [J]. *Powder Technology*, 2020, 360: 241–252.
- [9] Emadzadeh A, Chiew Y. Settling velocity of porous spherical particles [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2020, 146(1): 04019046.
- [10] Noymer P D, Glicksman L R, Devendran A, et al. Drag on a permeable cylinder in steady flow at moderate Reynolds numbers [J]. *Chemical Engineering Science*, 1998, 53(16): 2859–2869.
- [11] Bhattacharyya S, Dhinakaran S, Khalili A, et al. Fluid motion around and through a porous cylinder [J]. *Chemical Engineering Science*, 2006, 61(13): 4451–4461.
- [12] Yu P, Zeng Y, Lee T S, et al. Steady flow around and through a permeable circular cylinder [J]. *Computers & Fluids*, 2011, 42(1): 1–12.
- [13] Shahsavari S, Wardle B L, Mckinley G H, et al. Interception efficiency in two-dimensional flow past confined porous cylinders [J]. *Chemical Engineering Science*, 2014, 116: 752–762.
- [14] Zhu Q Y, Chen Y, Yu H, et al. Numerical simulation of the flow around and through a hygroscopic porous circular cylinder [J]. *Computers & Fluids*, 2014, 92: 188–198.
- [15] Wang L, Wang L P, Guo Z L, et al. Volume-averaged macroscopic equation for fluid flow in moving porous media [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, 82: 357–368.
- [16] Pepona M, Favier J. A coupled immersed boundary-lattice Boltzmann method for incompressible flows through moving porous media [J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, 321: 1170–1184.
- [17] Valipour M S, Rashidi S, Bovand M, et al. Numerical modeling of flow around and through a porous cylinder with diamond cross section [J]. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 2014, 46: 74–81.
- [18] Vijaybabu T R, Anirudh K, Dhinakaran S, et al. Lattice Boltzmann simulations of flow and heat transfer from a permeable triangular cylinder under the influence of aiding buoyancy [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, 117: 799–817.
- [19] Rezaee T, Sadeghy K. Effect of porosity on the settling behavior of a 2D elliptic particle in a narrow vessel: a lattice-Boltzmann simulation [J]. *Physics of Fluids*, 2019, 31(12): 123301.
- [20] 张潇丹, 雍玉梅, 李文军, 等. REV 尺度多孔介质格子 Boltzmann 方法的数学模型及应用的研究进展 [J]. *化工进展*, 2016, 35(6): 1698–1712.
- [21] Zhang X D, Yong Y M, Li W J, et al. Models and application of lattice Boltzmann method at REV-scale in porous media [J]. *Chemical Industry and Engineering Progress*, 2016, 35(6): 1698–1712.
- [22] Nithiarasu P, Seetharamu K N, Sundararajan T, et al. Natural convective heat transfer in a fluid saturated variable porosity medium [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1997, 40(16): 3955–3967.
- [23] Guo Z L, Zheng C G, Shi B C, et al. Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method [J]. *Physical Review E*, 2002, 65(4): 046308–046308.
- [24] Shu S, Yang N. Numerical study and acceleration of LBM-RANS simulation of turbulent flow [J]. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2017, 26(1): 31–42.
- [25] Yan Y, Zu Y Q, Dong B, et al. LBM, a useful tool for mesoscale modelling of single-phase and multiphase flow [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2011, 31(5): 649–655.
- [26] Dai Q T, Yang L W. LBM numerical study on oscillating flow and heat transfer in porous media [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2013, 54(1): 16–25.
- [27] 袁梦霞, 乔秀臣. LBM 和 CFD 数值模拟错流列管流体力学的效率比较 [J]. *过程工程学报*, 2018, 18(1): 35–40.
- [28] Yuan M X, Qiao X C. Comparison of LBM and CFD for the hydrodynamic simulation of cross-flow tube bundle [J]. *The Chinese Journal of Process Engineering*, 2018, 18(1): 35–40.
- [29] 陈岳, 马明, 张莹, 等. 多孔介质方腔内置芯片热流耦合的 LBM 数值模拟 [J]. *过程工程学报*, 2020, 20(2): 123–132.
- [30] Chen Y, Ma M, Zhang Y, et al. Lattice Boltzmann numerical simulation of flow thermal coupling in porous media with electronic chips [J]. *The Chinese Journal of Process Engineering*, 2020, 20(2):

- 123-132.
- [28] Mei R W, Yu D Z, Shyy W, et al. Force evaluation in the lattice Boltzmann method involving curved geometry [J]. *Physical Review E*, 2002, 65(4): 041203.
- [29] Coutanceau M, Bouard R. Experimental-determination of main features of viscous-flow in wake of a circular-cylinder in uniform translation. part 1. Steady flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1977, 79: 231-272.
- [30] Fornberg B. A numerical study of steady viscous flow past a circular cylinder [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1980, 98(4): 819-855.
- [31] Dennis S C, Chang G. Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100 [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1970, 42(3): 471-489.