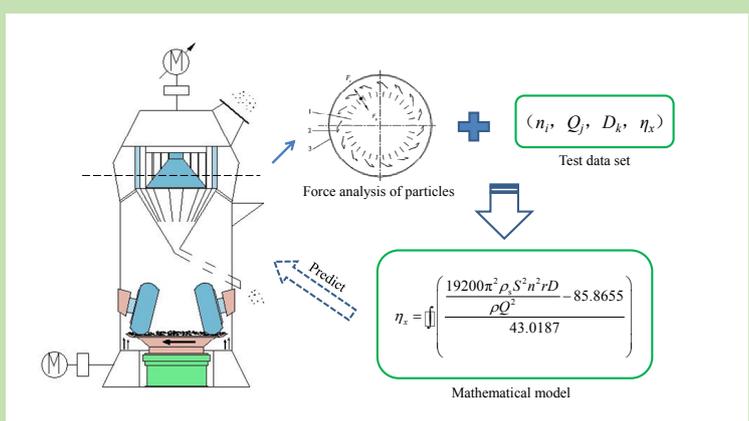


## Research on mathematical modeling of particle classification process based on vertical mill separator

Penghao GENG, Yanxin CHEN\*, Yanfei YAO, Bo ZHAO, Ding HAN

School of Material Science and Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an, Shaanxi 710055, China

**Abstract:** In this work, the experiment was carried out through the pilot test platform for vertical mill, and the change rule of the classification performance of the classifier under different system air volumes and classifier speeds were compared and analyzed. The cumulative distribution function of the normal distribution was used to correlate the operating parameters of the classifier with the collection probability of particles of different particle sizes. The test data of the system air volume and the speed change condition of the powder separator were used to fit the mean and variance in the model. A mathematical model can be established to quantitatively analyze the relationship between the system air volume, the speed of the separator and the particle classification efficiency. The fitted standard deviation of the verified regression was RMSE=0.0046, the deviation between the predicted value and the true value was small, and the coefficient of determination  $R$ -square=0.9863, which was close to 1, the model had higher credibility. Under the conditions of known system air volume and separator speed, the model prediction curve of the classification efficiency of the separator basically coincided with the test curve, and the model prediction effect was good.



**Key words:** system air volume; speed of the separator; classification efficiency; drag coefficient; mathematical model

收稿: 2020-05-25, 修回: 2020-07-22, 网络发表: 2020-08-14, Received: 2020-05-25, Revised: 2020-07-22, Published online: 2020-08-14

基金项目: 国家重点计划研发项目(编号: 2016YFB0303402)

作者简介: 耿鹏浩(1994-), 男, 山西省阳泉市人, 硕士研究生, 从事粉体工程及分级设备开发相关研究, E-mail: wyyxgph@163.com; 陈延信, 通讯联系人, E-mail: yx\_ch@126.com.

**引用格式:** 耿鹏浩, 陈延信, 姚艳飞, 等. 基于立磨选粉机颗粒分级过程的数学建模研究. 过程工程学报, 2021, 21(6): 680-686.

Geng P H, Chen Y X, Yao Y F, et al. Research on mathematical modeling of particle classification process based on vertical mill separator (in Chinese). Chin. J. Process Eng., 2021, 21(6): 680-686, DOI: 10.12034/j.issn.1009-606X.220161.

# 基于立磨选粉机颗粒分级过程的数学建模研究

耿鹏浩, 陈延信\*, 姚艳飞, 赵博, 韩丁

西安建筑科技大学材料科学与工程学院, 陕西 西安 710055

**摘要:** 通过立磨粉磨中试试验平台开展试验, 对比分析不同系统风量和选粉机转速条件下选粉机分级性能的变化规律。利用正态分布的累积分布函数, 将选粉机操作参数与不同粒径颗粒的捕集概率关联。采用系统风量和选粉机转速工况变化的试验数据拟合出模型中的均值和方差, 建立可定量分析系统风量、选粉机转速与颗粒部分分级效率之间关系的数学模型。经验证回归的拟合标准差 RMSE=0.0046, 预测值与真实值偏差较小, 可决系数  $R\text{-square}=0.9863$ , 接近 1, 模型可信度较高。在已知系统风量和选粉机转速的工况下, 选粉机部分分级效率的模型预测曲线与试验曲线基本重合, 模型预测效果较好。

**关键词:** 系统风量; 选粉机转速; 分级效率; 曳力系数; 数学模型

中图分类号: O212.1; TH69

文献标识码: A

文章编号: 1009-606X(2021)06-0680-07

## 1 前言

立磨作为一种高效节能的闭路粉磨设备, 广泛应用于水泥、冶金、化工等行业<sup>[1]</sup>。选粉机作为立磨的重要组成部分, 其性能直接决定着磨机的运行效率和稳定性。系统风量和选粉机转速是选粉机的两个重要操作参数, 二者共同决定选粉机分级区的流场特性, 直接影响选粉机的颗粒分级效果<sup>[2]</sup>。因此, 探索系统风量、选粉机转速对分级性能的影响规律, 对立磨选粉机的改造和调试具有重要的意义。

近年来, 学者对选粉机转速和系统风量的匹配进行了大量研究, 从方法上大致可分为数据回归、理论推导和数值模拟。方莹等<sup>[3]</sup>通过正交试验, 得到选粉机的最佳工况, 并对选粉机分级性能与操作参数之间的关系进行了简单的回归分析, 回归方程能较好地反映操作参数对性能指标的影响规律。杜妍辰等<sup>[4]</sup>通过引入简化的单颗粒动力学模型, 求解颗粒在不同运动状态下的模型方程, 并绘图得出颗粒在叶片间的运动轨迹, 在此基础上分析了选粉机转速、径向风速对颗粒运动轨迹的影响规律。綦海军等<sup>[5,6]</sup>采用离散相(DPM)流体模型和 RNG  $k\text{-}\epsilon$  湍流模型对选粉机内的气固两相流场进行数值模拟, 研究了选粉机转速和系统风量对选粉机内部流场特性的影响规律。上述数值模拟得到的结论多为流场的定性分析或各参数对分级效果影响规律的定性描述, 适用性一般。采用纯理论推导的方法, 模型推导过程均为理想条件, 未考虑其他影响颗粒分级效果的因素。而采用试验数据拟合的方法, 由于没有从理论上揭示其内在联系, 回归方程的准确性对数据的依赖程度较高, 需要进行大

量试验, 才能减小误差。

本工作结合理论推导与数据拟合的方法, 利用正态分布的累积分布函数, 将选粉机操作参数与不同粒径颗粒的捕集概率联系起来, 将单颗粒不同运动状态的受力分析推广到颗粒群中。经试验数据拟合得出模型中的均值和方差, 建立可以定量分析系统风量、选粉机转速与颗粒部分分级效率关系的数学模型。该模型可在给定工况下, 预测选粉机对颗粒的捕集规律, 并能根据成品粒度要求, 量化调节系统风量与选粉机转速, 利于高效、节能工艺的实施。

## 2 选粉机颗粒分级过程建模

### 2.1 选粉机工作原理

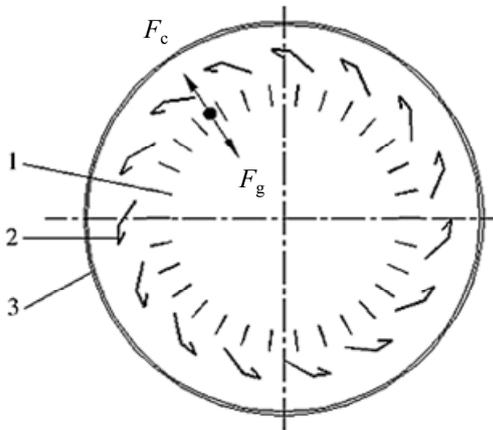
选粉机工作时, 喷嘴环吹起的物料随气流进入导风叶片与转笼转子叶片间的分级环处, 在电机带动下转笼高速旋转, 产生强大的离心力, 粒径大的颗粒无法进入转笼, 被甩至导风叶片内侧, 在重力的作用下进入返料锥, 由锥部下料管返回到磨盘重新粉磨。粒径小的颗粒所受曳力大于离心力, 颗粒通过转子叶片间隙, 从选粉机出口排出, 进入成品<sup>[7,8]</sup>。该过程通常用颗粒部分分级效率  $\eta_x$ <sup>[9]</sup>表示:

$$\eta_x = \frac{G\mu_G}{A\mu_A} \quad (1)$$

式中,  $\eta_x$  为部分分级效率(%),  $G$  为选粉机回料质量流量(kg/min),  $A$  为进入选粉机颗粒总质量流量(kg/min),  $\mu_G$  为选粉机回料中给定粒径范围颗粒的质量百分比(%),  $\mu_A$  为进入选粉机颗粒中给定粒径范围颗粒的质量百分比(%)。

2.2 数学模型推导

由于强旋转气流存在的 Tailer 柱效应<sup>[10]</sup>, 选粉机分级环处的速度分布沿高度方向基本一致, 故可将颗粒运动简化在分级环切面方向进行分析。图 1 为粉磨后颗粒进入分级环处水平方向受力分析<sup>[11]</sup>。



1. Rotor blade 2. lower louver 3. Shell

图 1 颗粒在分级环处的水平方向受力

Fig.1 Horizontal force of particles at the classification ring

径向气流曳力  $F_g$ :

$$F_g = \frac{1}{2} C_d \rho A v^2 \quad (2)$$

转子旋转产生的离心力  $F_c$ :

$$F_c = m \omega^2 r \quad (3)$$

式中,  $C_d$  为曳力系数,  $\rho$  为空气密度( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $A$  为颗粒在流体运动方向投影面积( $\text{m}^2$ ),  $v$  为流体在分级环处的径向速度( $\text{m}/\text{s}$ ),  $m$  为颗粒质量( $\text{kg}$ ),  $\omega$  为转子旋转角速度( $\text{rad}/\text{s}$ ),  $r$  为分级环半径即动叶片边缘到选粉机轴心处距离( $\text{m}$ )。

二力平衡时推导出, 原料矿石品类和选粉机结构不变时,  $C_d'$  是一个关于  $n, Q, D$  的函数。

$$C_d' = \frac{4 \rho_s \omega^2 r D}{3 \rho v^2} = \frac{19200 \pi^2 \rho_s S^2 n^2 r D}{\rho Q^2} = f(n, Q, D) \quad (4)$$

式中,  $C_d'$  为平衡态曳力系数,  $\rho_s$  为矿石真密度( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $D$  为颗粒投影当量圆直径( $\text{m}$ ),  $n$  为选粉机转速( $\text{r}/\text{min}$ ),  $Q$  为系统风量( $\text{m}^3$ ),  $S$  为分级环处径向通风面积( $\text{m}^2$ )。

受力分析可知,  $C_d > C_d'$  时, 气流曳力大于离心力, 颗粒通过选粉机排出,  $C_d < C_d'$  时, 气流曳力小于离心力, 颗粒被甩至边壁捕集。

在实际选粉机分级过程中, 当  $n, Q, D$  确定, 即  $C_d'$  确定时, 颗粒群中该粒径颗粒的受力状态或颗粒去向仍是一个概率事件<sup>[12]</sup>,  $C_d$  服从某一概率分布。雷诺数的概率分布可用正态分布函数拟合<sup>[13,14]</sup>。因为  $C_d$  与雷诺数相

关<sup>[15,16]</sup>, 所以此处假设其  $C_d$  服从正态分布,  $C_d \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$  和  $\sigma$  是未知参数。图 2 为其函数图像, 图中阴影面积是由函数图像、 $x$  轴和  $C_d = C_d'$  所围。由正态分布函数性质可知, 该阴影面积代表  $C_d < C_d'$  的概率, 用  $P(C_d < C_d')$  表示:

$$P(C_d < C_d') = \int_{-\infty}^{C_d'} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(C_d - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) dC_d = \Phi\left(\frac{C_d' - \mu}{\sigma}\right) \quad (5)$$

式中,  $\Phi\left(\frac{C_d' - \mu}{\sigma}\right)$  为正态分布的累积分布函数。

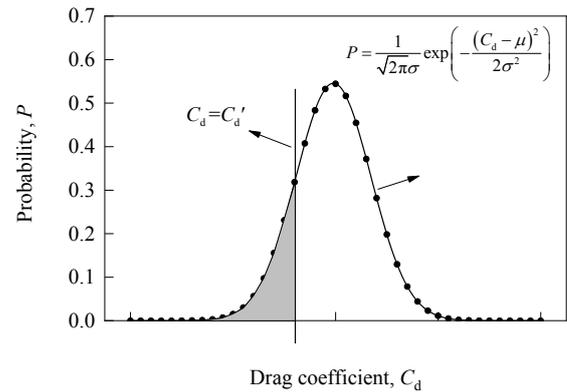


图 2 正态分布函数

Fig.2 Normal distribution function

受力分析可知,  $P(C_d < C_d')$  表示在分级环处颗粒受曳力小于离心力的概率, 即颗粒部分分级效率  $\eta_x$ 。由此得到模型:

$$\eta_x = \Phi\left(\frac{C_d' - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{f(n, Q, D) - \mu}{\sigma}\right) \quad (6)$$

模型中累积分布函数的均值  $\mu$  和方差  $\sigma$  未知, 需设计并进行试验, 获得多组  $(n, Q, D, \eta_x)$  试验数据后, 再经 MATLAB 拟合得出。

2.3 数学模型评价

得到模型后采用 RMSE 和 R-square 对模型效果进行评价<sup>[17,18]</sup>。

RMSE 均方根误差也叫拟合标准差, 值越小, 代表真实值和预测值偏差小。

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (y - y')^2}{k - 1}} \quad (7)$$

式中,  $k$  为样本数,  $y$  为真实值,  $y'$  为模型预测值。

$$R\text{-square} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k (y - y')^2}{\sum_{i=1}^k (y - y'')^2} \quad (8)$$

式中,  $y''$  为真实数据均值。R-square 可决系数范围为从 0 到 1, 代表模型方程中自变量对因变量的解释能力, R-square 越接近 1, 模型解释能力越强。

### 3 试验设计

设计试验, 探索系统风量与选粉机转速对颗粒部分

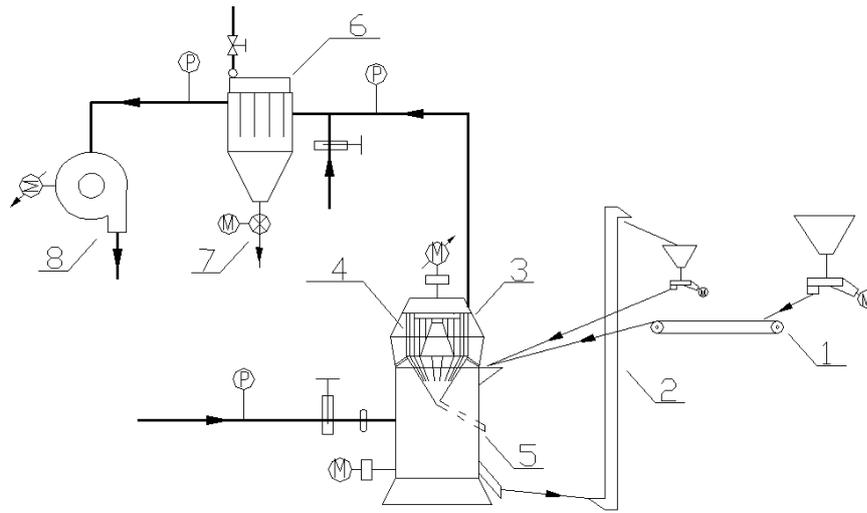
分级效率的影响规律, 并获得模型中  $\mu$  和  $\sigma$  拟合所需试验数据。

#### 3.1 试验原料

用贵州某高硫铝土矿石作为原料, 真实密度为 2.3 g/cm<sup>3</sup>, 粒度分布如表 1 所示。

表 1 原料粒度分布  
Table 1 Particle size distribution of raw material

Granularity interval/mm	0~0.08	0.08~0.18	0.18~0.315	0.315~0.5	0.5~0.9	0.9~2.5	2.5+
Mass percentage/%	3.10	4.56	2.84	3.21	9.93	20.02	56.34



1. Belt scale 2. Bucket elevator 3. Vertical roller mill 4. Separator 5. Separator return pipe  
6. Dust collector 7. Dust collector discharge valve 8. Induced draft fan

图 3 试验流程图  
Fig.3 Test flow chart

#### 3.2 试验平台

试验使用自主开发的立磨中试试验平台, 图 3 为试验流程图, 原料由给料机经皮带秤计量后喂入磨机, 于磨盘形成料床, 再由磨辊挤压粉碎, 粉磨后的颗粒由磨盘旋转产生的离心力带向风环处进行一次分离, 风环处吹起的颗粒进入选粉机, 在笼式转子旋转产生的涡流场中实现二次分离, 合格细粉由袋式收尘器收集。试验特别将装置中选粉机回料下料管外接, 以收集选粉机回料的流量和粒度数据。

#### 3.3 试验方案

表 2 和 3 分别为系统风量和选粉机转速作为单因素调节变量的试验条件。试验要求在袋收尘卸料阀和选粉机回料下料管处同时刻取样并记录各自流量, 每一工况取样 3 次, 取样质量每次不少于 1 kg, 流量计算取 3 次均值。获得成品与回料的质量流量与粒度分布数据

后, 再根据物料平衡计算出进入选粉机物料的质量流量和粒度分布数据。

表 2 系统风量变化试验条件  
Table 2 Test conditions for system air volume changes

Air volume/(m <sup>3</sup> /h)	Speed of the separator/(r/min)	Feed volume/(t/h)	Grinding roller pressure/MPa	Main motor current/A
2983.1				
3861.7	899	0.6	6	20.5
4247.2				

表 3 选粉机转速变化试验条件  
Table 3 Test conditions of the speed change of the powder separator

Speed of the separator/(r/min)	Air volume/m <sup>3</sup>	Feed volume/(t/h)	Grinding roller pressure/MPa	Main motor current/A
599				
899	3861.7	0.6	6	20.5
1199				

## 4 试验数据分析

### 4.1 系统风量影响规律分析

将系统风量作为单因素调节变量进行试验, 每组工况取样3次分析。图4为不同系统风量条件下选粉机的部分分级效率曲线。

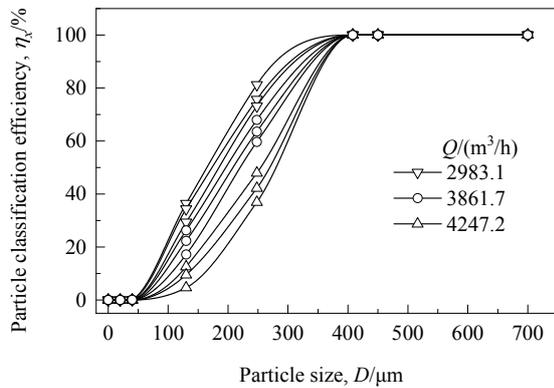


图4 不同系统风量下选粉机的部分分级效率

Fig.4 Classification efficiencies of the powder separator under different system air volumes

图中系统风量较大的实验组, 曲线的切割粒径变大, 成品粒度变大, 选粉机对粗、细颗粒的捕集能力均变小。原因是系统风量变大时选粉机内分级环处径向风速变大, 选粉机转速不变, 曳力与离心力建立新的平衡, 粒径相对较大的颗粒也可通过选粉机进入到成品中, 成品粒径变粗; 同时分级环处径向风速变大, 颗粒分散效果变好, 细颗粒混入到粗粉中的概率变小<sup>[19]</sup>。此时成品中粗、细颗粒的比例变大, 选粉机对二者的捕集能力均变小。

数学模型中, 正态分布的累积分布函数在  $\eta_x \in (0,1)$  时, 是严格的增函数。这一区间对应的粒径范围内, 选粉机转速  $n$  不变, 系统风量  $Q$  增大时, 颗粒部分分级效率  $\eta_x$  随之减小, 这与实际的风量变化影响规律一致。

### 4.2 选粉机转速影响规律分析

将选粉机转速作为单因素调节变量进行试验, 每组工况取样3次分析, 图5为不同选粉机转速条件下选粉机的部分分级效率曲线。

图中选粉机转速较大的实验组, 曲线的切割粒径变小, 成品粒度变小, 选粉机对粗、细颗粒的捕集能力均变大。原因是选粉机转速变大时, 会在转子附近形成强大的离心力场, 转子的分级能力也同步增加, 颗粒围绕转子做螺旋运动, 而不易通过叶片, 颗粒在分级区域停留时间延长<sup>[20]</sup>。此时粗、细颗粒被捕集的概率增加, 成品中粗、细颗粒的比例变小, 成品粒度变小。

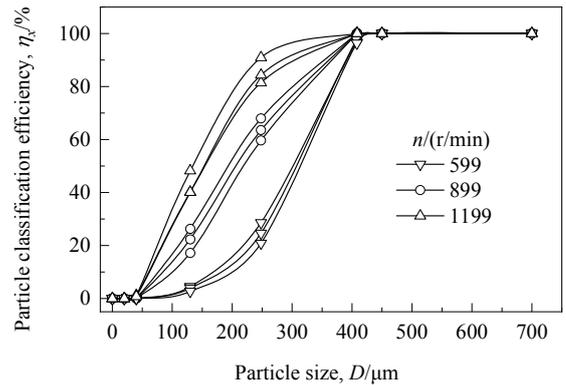


图5 不同选粉机转速下选粉机的部分分级效率

Fig.5 Classification efficiencies of the powder separator under different rotor speeds

数学模型中, 正态分布的累积分布函数在  $\eta_x \in (0,1)$  时, 是严格的增函数。这一区间对应的粒径范围内, 系统风量  $Q$  不变, 选粉机转速  $n$  增大时, 颗粒部分分级效率  $\eta_x$  随之增大, 这与实际的选粉机转速变化影响规律一致。

## 5 模型求解及验证

信赖域算法是 MATLAB 中最常用的解决优化问题的方法<sup>[21,22]</sup>。获得上述试验数据后, 使用该算法拟合模型参数, 表4是算法运行结果, 得出  $\mu=85.8655$ ,  $\sigma=43.0187$ , 模型如下:

$$\eta_x = \Phi \left( \frac{19200\pi^2 \rho_s S^2 n^2 r D - 85.8655}{43.0187} \right) \quad (9)$$

表4 算法运行结果

Table 4 Results of algorithm operation	
Name	Value
$\mu$	85.8655
$\sigma$	43.0187
RMSE	0.0046
R-square	0.9863

图6为拟合曲线与真实数据点对比, 数据点较为均匀的分布在曲线的两侧, 回归的拟合标准差  $RMSE=0.0046$ , 真实值和预测值偏差较小, 可决系数  $R-square=0.9863$ , 接近1, 模型方程中自变量对因变量的解释能力强, 模型可信度较高。

为验证数学模型对于不同矿石原料的适用性, 在同一平台上增加两组以石灰石作为入磨原料的试验工况。图7为其颗粒部分分级效率模型预测值与试验值对比,

图中预测值曲线与试验值曲线基本吻合, 模型预测效果较好。

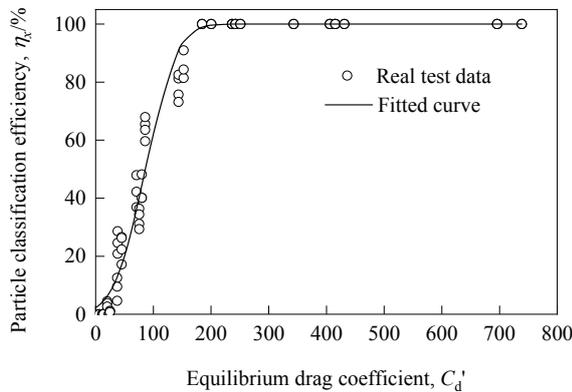


图 6 拟合曲线与真实数据点对比

Fig.6 Comparison of fitted curve and test group data

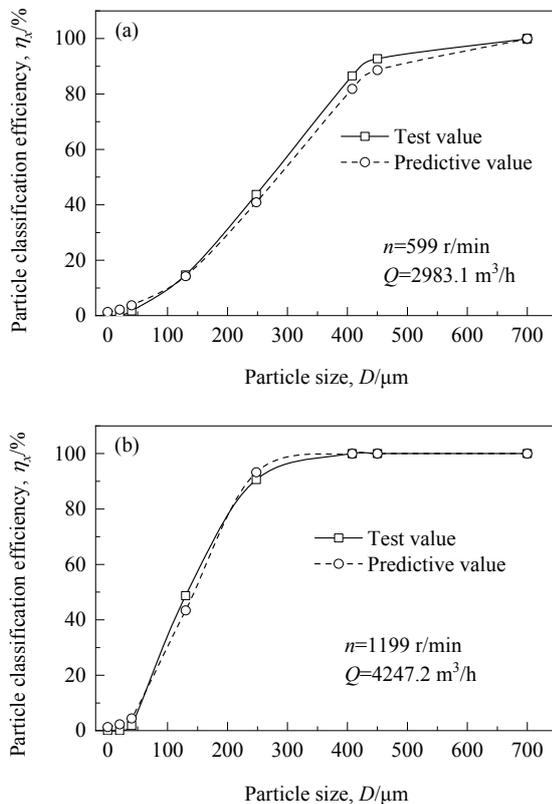


图 7 颗粒部分分级效率模型预测值与试验值对比

Fig.7 Comparison of predicted value and test value of particle classification efficiency

## 6 结论

本工作结合理论推导与数据拟合的方法, 通过受力分析及条件假设, 对选粉机颗粒分级过程数学模型进行推导, 并通过粉磨半工业化试验获得数据, 对模型进行求解及验证, 得到如下结论:

(1) 基于工况曳力系数服从正态分布的假设, 将单颗粒不同运动状态的受力分析推广到颗粒群中, 理论推导出可用于定量分析系统风量、选粉机转速与颗粒部分分级效率关系的数学模型。

(2) 采用系统风量和选粉机转速作为单因素调节变量的工况试验数据, 求解模型参数并验证模型拟合效果。经验拟合标准差 RMSE=0.0046, 预测值与真实值偏差较小, 可决系数 R-square=0.9863, 接近 1, 模型可信度较高。模型在给定工况下, 可以较为准确的预测出选粉机的部分分级效率曲线。

## 参考文献

- [1] 高长明. 国内外水泥立磨应用的历史、现状与发展 [J]. 新世纪水泥导报, 2017, 23(3): 22–26, 5.
- [2] 岳大鑫, 綦海军, 童聪, 等. 立磨选粉机操作参数对分级区压力分布数值模拟分析 [J]. 机械设计与制造, 2013, (1): 234–236, 239.
- [3] Yue D X, Qi H J, Tong C, et al. Simulation analysis of pressure distribution of classifier area for operation parameters of vertical mill classifier [J]. Machinery Design and Manufacture, 2013, (1): 234–236, 239.
- [4] 方莹, 张少明, 于学成. 离心转子式选粉机操作参数的优化研究 [J]. 硅酸盐通报, 2002, (6): 17–20, 40.
- [5] Fang Y, Zhang S M, Yu X C. Study on the operation parameter optimization of centrifugal rotor classifier [J]. Bulletin of the Chinese Ceramic Society, 2002, (6): 17–20, 40.
- [6] 杜妍辰, 王树林. 颗粒在涡轮式分级机分级轮中的运动轨迹 [J]. 化工学报, 2005, 56(5): 823–828.
- [7] Du Y C, Wang S L. Particle trajectory in vortex classifier rotor [J]. CIESC Journal, 2005, 56(5): 823–828.
- [8] 綦海军. 立磨选粉机分级流场数值模拟与节能改造研究 [D]. 绵阳: 西南科技大学, 2012: 60–67.
- [9] Qi H J. Numerical simulation of grading flow field on vertical mill classifier and research on energy saving transformation [D]. Mianyang: Southwest University of Science and Technology, 2012: 60–67.
- [10] 綦海军, 李双跃, 李翔, 等. 立磨选粉机操作参数对分级流场影响的数值模拟 [J]. 中国粉体技术, 2012, 18(2): 12–16.
- [11] Qi H J, Li S Y, Li X, et al. Numerical simulation on effect of operation parameters on grading flow field of vertical mill classifier [J]. China Powder Science and Technology, 2012, 18(2): 12–16.
- [12] 郝武阳. LDC 新型立磨选粉机结构 [J]. 新世纪水泥导报, 2018, 24(6): 56–58.
- [13] 豆海建, 唐清华, 王维莉, 等. N-U 选粉机的理论与试验研究 [J]. 硅酸盐通报, 2018, 37(11): 3695–3699.
- [14] Dou H J, Tang Q H, Wang W L, et al. Theory and experiment research of N-U classifier [J]. Bulletin of the Chinese Ceramic Society, 2018, 37(11): 3695–3699.
- [15] 于永杰. 基于气固两相流的立磨整机流场及分级筛选性能研究 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2019: 13–14.
- [16] Yu Y J. Study on flow field and grading screening performance of vertical roller mill based on gas–solid two-phase flow [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2019: 13–14.

- [10] 童聪, 李双跃, 李翔, 等. 选粉机分级室内的颗粒运动特性 [J]. 过程工程学报, 2013, 13(4): 574–579.  
Tong C, Li S Y, Li X, et al. Motion characteristics of the particles in the classification chamber of a classifier [J]. The Chinese Journal of Process Engineering, 2013, 13(4): 574–579.
- [11] 陈作炳, 于永杰, 范雄. 立式辊磨机颗粒分级筛选研究 [J]. 计算机仿真, 2019, 36(11): 215–219, 294.  
Chen Z B, Yu Y J, Fan X. Research on particle grading screening of vertical roller mill [J]. Computer Simulation, 2019, 36(11): 215–219, 294.
- [12] 刘校兵, 刘传慧, 刘平, 等. 基于CFD的选粉机分级过程数值模拟 [J]. 化工进展, 2013, 32(3): 538–542.  
Liu X B, Liu C H, Liu P, et al. Numerical simulation of classifier classification process based on CFD [J]. Chemical Industry and Engineering Progress, 2013, 32(3): 538–542.
- [13] 谭骏华. 气固流化床内流动特性和颗粒曳力的直接数值模拟研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2017: 131–132.  
Tan J H. Direct numerical simulation study of flow characteristics and drag force in gas–solid fluidized beds [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2017: 131–132.
- [14] 姚易辰, 许春晓. 壁湍流等动量区对惯性颗粒分布的影响 [J]. 空气动力学学报, 2020, 38(1): 107–117, 82.  
Yao Y C, Xu C X. Influence of uniform momentum zone on inertia particle distribution in wall turbulence [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2020, 38(1): 107–117, 82.
- [15] 常建忠, 张莹, 刘汉涛, 等. 等温条件下球形颗粒沉降的轨迹特性 [J]. 过程工程学报, 2018, 18(1): 29–34.  
Chang J Z, Zhang Y, Liu H T, et al. Trajectory characteristics of spherical particle sedimentation under isothermal conditions [J]. The Chinese Journal of Process Engineering, 2018, 18(1): 29–34.
- [16] 闫盛楠, 唐天琪, 任安星, 等. 基于人工神经网络模型的非球形颗粒曳力系数预测 [J]. 工程热物理学报, 2017, 38(10): 2171–2175.  
Yan S N, Tang T Q, Ren A X, et al. Prediction of drag coefficient using artificial neural network in a non-spherical particle system [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2017, 38(10): 2171–2175.
- [17] Dong Z, Wang R, Fan M, et al. Switching and optimizing control for coal flotation process based on a hybrid model [J]. Plos One, 2017, 12(10): e0186553.
- [18] 孙铭阳, 韦鲁滨, 朱学帅, 等. 液固分选流化床三相流场模拟中各粘性流动模型的适用性 [J]. 过程工程学报, 2016, 16(1): 10–17.  
Sun M Y, Wei L B, Zhu X S, et al. Research on performances of different viscous models in simulation of three-phase flow fields in a liquid–solid fluidized bed separator [J]. The Chinese Journal of Process Engineering, 2016, 16(1): 10–17.
- [19] 童聪, 李双跃, 綦海军, 等. 立磨系统风量对物料重力分级影响模拟分析 [J]. 浙江工业大学学报, 2013, 41(3): 321–326, 331.  
Tong C, Li S Y, Qi H J, et al. Simulation analysis on impact of air volume to gravitational classification in vertical mill [J]. Journal of Zhejiang University of Technology, 2013, 41(3): 321–326, 331.
- [20] 方莹, 李镇, 孔伟良. 高效转子式选粉机的最佳工况研究 [J]. 北京理工大学学报, 2010, 30(12): 1488–1491.  
Fang Y, Li Z, Kong W L. Performance optimization of high-efficiency rotor classifier [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2010, 30(12): 1488–1491.
- [21] 孙峰, 孙伟. 基于粒子群-信赖域的金属极化曲线拟合法 [J]. 计算机应用与软件, 2019, 36(11): 280–285.  
Sun F, Sun W. Metal polarization curve fitting algorithm based on particle swarm optimization-trust region [J]. Computer Applications and Software, 2019, 36(11): 280–285.
- [22] Curtis F E, Lubberts Z, Robinson D P. Concise complexity analyses for trust-region methods [J]. Optimization Letters, 2018, 12(8): 1713–1724.